Studentská tvůrčí a odborná činnost

STOČ 2016

VPLYV PARAMETRICKÝCH NEURČITOSTÍ NA KVALITU RIADENIA ČÍSLICOVÝCH REGULAČNÝCH OBVODOV

Bc. Peter HORNÁK

21. dubna 2016

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

Klíčová slova: *číslicové riadenie, robustnosť, parametrická neurčitosť*

Anotace: *Rada procesov v priemyselnej praxi je ovplyvnená neurčitosťami, prípadne nelinearitami a preto ich nie je možné konvenčnými číslicovými regulátormi optimálne riadiť. Jednou z možností riadenia takých procesov je použitie moderných metód riadenia (napr. prostredníctvom adaptívnych alebo prediktívnych regulátorov). Nevýhodou takto navrhnutých regulačných obvodov je zložitosť ich riadiacich, rekurzívnych identifikačných, prípadne optimalizačných algoritmov. Cieľom práce bolo vybrať vhodné optimálne regulátory, ktoré zaistia predpísanú kvalitu riadenia (robustnosť) takých procesov bez použitia online výpočtov. Navrhnuté regulátory boli overené v simulačných podmienkach v programovom prostredí MATLAB/SIMULINK.*

Obsah

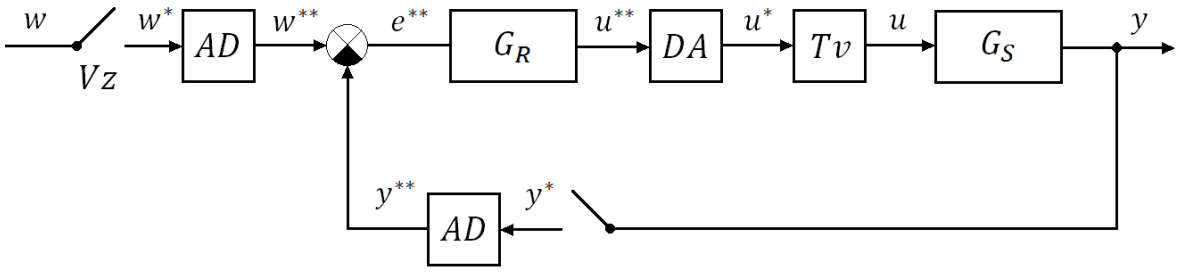
1. **Úvod do číslicového riadenia** 3
2. **Robustnosť** 3
2.1 Amplitúdová bezpečnosť 3
2.2 Modulová bezpečnosť 4
3. **Použité algoritmy návrhu regulátorov** 4
3.1 Metóda priradenia pólov 4
3.2 LQ regulátor 5
4. **Riadenie reálneho systému** 6
5. **Záver** 10
6. **Použitá literatúra** 10

1 Úvod do číslicového riadenia

Diskrétny regulačný obvod (Obr. 1) je taký obvod, v ktorom je aspoň jedna veličina vyjadrená ako postupnosť diskrétnych hodnôt vytváraných v určitých časových okamihoch. Časový interval medzi dvoma diskrétnymi hodnotami je daný periódou vzorkovania T [1].

Jednotlivé časti zjednodušeného regulačného obvodu sú číslicový regulátor G_R, vzorkovač, analógovo – číslicový (AD) prevodník, tvarovač T_v, číslicovo – analógový (DA) prevodník, spojitá sústava G_S.

Druhy signálov v regulačnom obvode sú: žiadaná veličina w, výstupná veličina y, regulačná odchýlka $e = w - y$ a akčný zásah u.



Obr. 1 Schéma číslicového regulačného obvodu

2 Robustnosť

Model riadeného procesu bude vždy nepresná interpretácia reálneho systému z dôvodu zmeny parametrov systému, prípadne zanedbania dynamických vlastností za účelom zjednodušenia výsledného matematického modelu, prítomnosti šumu a iné. Robustnosť znamená, že určitú vlastnosť regulačného obvodu, ktorú regulátor zaistí pre nominálnu sústavu, zaistí zároveň pre celú triedu sústav.

Robustnosť uzavretého regulačného obvodu je úzko spojená s najmenšou vzdialenosťou Nyquistovej krivky od kritického bodu $[-1, 0j]$. Na vyjadrenie tejto vzdialenosti sú používané nasledujúce ukazatele [2]

2.1 Amplitúdová bezpečnosť

Amplitúdová bezpečnosť udáva hodnotu pridaného zosilnenia otvoreného obvodu, po ktorého prekročení by sa uzavretý regulačný obvod stal nestabilným. Vypočíta sa ako prevrátená hodnota zosilnenia otvoreného obvodu pri frekvencií, pri ktorej dochádza k fázovému posunu $-180°$. Táto frekvencia sa nazýva kritická frekvencia ω_k [3]

$$G_m = \frac{1}{|G_{OL}(\mathrm{e}^{-j\omega_k})|} \quad [-] \tag{1}$$

Za dobrú amplitúdovú bezpečnosť sa považuje [2]

$$G_m \geq 2 \quad \rightarrow \quad G_m \geq 6{,}02 \text{ dB} \tag{2}$$

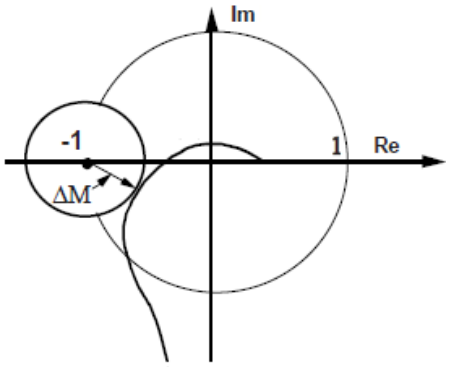
2.2 Modulová bezpečnosť

Nevýhodou klasickej amplitúdovej a fázovej bezpečnosti je ich vzájomná nezávislosť. Často môže nastať prípad neurčitosti v zosilnení aj fáze súčasne. Z toho dôvodu je vhodnejšie mieru robustnosti určovať na základne najmenšej vzdialenosti Nyquistovej krivky otvoreného obvodu od kritického bodu $[-1, 0j]$ (Obr. 2) [3]. Táto vzdialenosť je vyjadrená pomocou modulovej bezpečnosti ΔM, ktorý môžeme matematicky vyjadriť nasledujúco

$$\Delta M = |1 + G_{OL}(z^{-1})|_{min} \tag{3}$$

Typické hodnoty dostačujúcej minimálnej vzdialenosti od kritického bodu sú

$$\Delta M \geq 0{,}5\ [-] \ \rightarrow \ \Delta M \geq -6{,}02\ [\mathrm{dB}] \tag{4}$$



Obr. 2 Modulová bezpečnosť znázornená v Nyquistovom diagrame [2]

3 Použité algoritmy návrhu regulátorov

3.1 Metóda priradenia pólov

Parametre regulátoru navrhovaného metódou priradenia pólov sú určené tak, aby prenos riadenia uzavretého regulačného obvodu mal popredu definované póly, ktorých vhodnou voľbou je možné jednak zaručiť stabilitu regulačného obvodu, ale aj ovplyvniť kvalitu riadenia, prípadne robustné vlastnosti regulačného obvodu.
Pri uvažovaní prenosu sústavy 2. rádu

$$G_S(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \tag{5}$$

a prenosu regulátoru

$$G_R(z^{-1}) = \frac{Q(z^{-1})}{K(z^{-1})P(z^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{(1 - z^{-1})(1 + p_1 z^{-1})}, \tag{6}$$

kde $K(z^{-1})$ je člen zaisťujúci integračný charakter regulátoru, má charakteristický polynóm prenosu riadenia má tvar.

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}) \tag{7}$$

Riešením sústavy lineárnych rovníc

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 1 \\ b_2 & b_1 & 0 & a_1-1 \\ 0 & b_2 & b_1 & a_2-a_1 \\ 0 & 0 & b_2 & -a_2 \\ & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1+1-a_1 \\ d_2+a_1-a_2 \\ d_3+a_2 \\ d_4 \\ \\ \end{bmatrix}, \tag{8}$$

obdržíme neznáme parametre regulátoru q_0, q_1, q_2, p_1, ktoré zaručia požadované póly prenosu riadenia uzavretého regulačného obvodu [4].
V prípade 2DOF konfigurácie regulačného obvodu je nutné určiť vzťah pre výpočet koeficientov polynómu $R(z^{-1})$. V [4] je dokázané, že v prípade skokových zmien žiadanej veličiny je polynóm $R(z^{-1})$ nultého stupňa, teda

$$R(z^{-1}) = r_0 \tag{9}$$

a pre výpočet koeficientu r_0 platí

$$r_0 = \frac{1 + d_1 + d_2 + \cdots + d_m}{b_1 + b_2 + \cdots + b_n}, \tag{10}$$

kde m je stupeň polynómu $D(z^{-1})$ a n je stupeň polynómu $B(z^{-1})$.

3.2 LQ regulátor

Charakteristickým rysom modernej teórie riadenia je, že úloha návrhu regulátora je formulovaná ako optimalizačný problém. Zatiaľ čo pri klasickým metódach návrhu sa k získaniu stabilného prenosu uzavretého regulačného obvodu s dostatočnou amplitúdovou a fázovou bezpečnosťou nastavovali priamo parametre regulátorov, moderné metódy obvykle splňujú rad základných požiadaviek implicitne (napr. stabilitu) a navyše vedú na, v určitom zmysle, najlepší regulátor. Inžinierskym nástrojom k ladeniu regulátorov je následne nastavovanie parametrov optimalizačného kritéria [5].

Cieľom je navrhnúť regulátor, ktorý minimalizuje určité kvadratické kritérium, napríklad

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \{[w(k) - y(k)]^2 + q_u[u(k)]^2\}, \tag{11}$$

kde $q_u \geq 0$ je tzv. penalizačná konštanta akčného zásahu. Keď budeme postupnosti hodnôt regulačnej odchýlky $e(k) = w(k) - y(k)$ a akčného zásahu $u(k)$ považovať za polynómy, je možné kritérium (15) zapísať v tvare

$$J = \langle E(z)E(z^{-1}) + q_u U(z)U(z^{-1})\rangle, \tag{12}$$

kde $\langle x(z)\rangle = x(0)$ a $E(z)$, resp. $U(z)$ sú združené polynómy k polynómom $E(z^{-1})$, resp. $U(z^{-1})$.

Dá sa dokázať, že kritérium nadobúda minimálnu hodnotu, pokiaľ platí rovnica

$$A(z^{-1})K(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}), \tag{13}$$

kde $D(z^{-1})$ je výsledný polynóm spektrálnej faktorizácie podľa rovnice

$$A(z^{-1})q_u A(z) + B(z^{-1})B(z) = D(z^{-1})\delta D(z), \tag{14}$$

kde δ je zvolená konštanta za účelom splnenia rovnosti $d_0 = 1$ [4].

4 Riadenie reálneho systému

Ako riadenú sústavu som zvolil servomechanizmus DR300 od spoločnosti Amira. Vstupnou veličinou je napätie v rozsahu $\langle 0, 10 \rangle$ V a výstupnou veličinou sú otáčky za minútu v rozsahu $\langle 0, 4000 \rangle$ rpm. S výstupnou veličinou sa pracuje vo formáte Matlab Unit (MU), pre ktorú platí prepočtový vzťah $1\ \mathrm{MU} = 4000\ \mathrm{rpm}$.

Experimentálnou identifikáciou bol určený prenos reálneho servomechanizmu

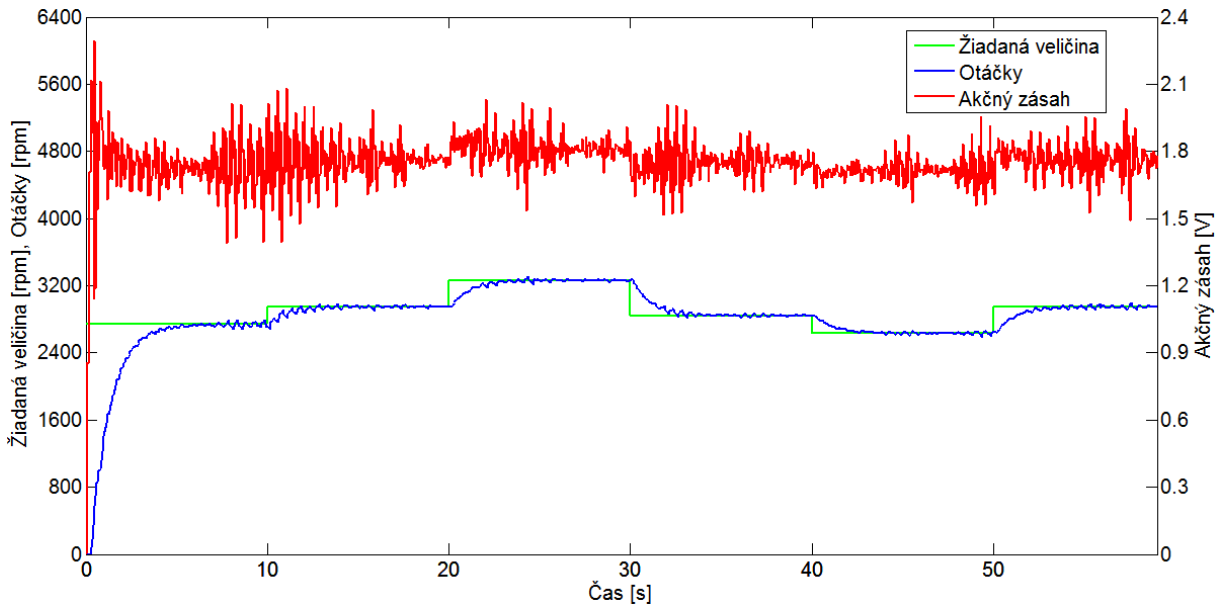
$$G_{SV}(z^{-1}) = \frac{0.0011z^{-1} + 0.0455z^{-2}}{1 - 0.767z^{-1} - 0.1982z^{-2}} \tag{15}$$

Minimalizáciou kritéria (11) boli určené dva optimálne póly prenosu riadenia

$$\alpha_1 = 0.9522 \qquad \alpha_2 = -0.2040$$

Zvyšné dva póly boli ponechané nulové ($\alpha_3 = \alpha_4 = 0$) a riešením sústavy rovníc (8) boli vypočítané parametre regulátora

$$q_0 = 22.2496, \qquad q_1 = -16.68, \qquad q_2 = -4.332, \qquad p_1 = 0.9944.$$



Obr. 3 Priebeh výstupnej veličiny a akčného zásahu

Otáčky servomechanizmu vierohodne sledujú žiadanú veličinu bez prekmitu, avšak akčný zásah je nadmerne rozkmitaný, viď (Obr. 3). Pri danom regulátore má regulačný obvod nasledujúce parametre robustnosti.

Tab. 1 Parametre robustnosti

Amplitúdová bezpečnosť	Modulová bezpečnosť
1.9870	0.4967

Regulačný obvod teste nesplňuje doporučenú minimálnu vzdialenosť od kritického bodu, teda hodnotu $\Delta M \geq 0.5$.

V prípade požiadavky dosiahnuť lepšie robustné vlastnosti regulačného obvodu, je možné manipulovať s umiestnením zvyšných dvoch pólov charakteristického polynómu prenosu uzavretého regulačného obvodu. V praxi sú pomocné póly volené v rámci intervalu $\langle 0, 0{,}5 \rangle$ [2].

Jednou z možností ako zvoliť umiestnenie zvyšných dvoch pomocných pólov je minimalizáciou vhodne zvoleného kritéria. Predpokladajme, že na riadiaci systém je kladená vyššia požiadavka hodnoty modulovej bezpečnosti, avšak s prihliadnutím na kritérium kvality S_y

$$S_y = \frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} e^2(k), \tag{16}$$

kde $\langle k_1, k_2 \rangle$ je zvolený interval pre určenie kvality regulácie.

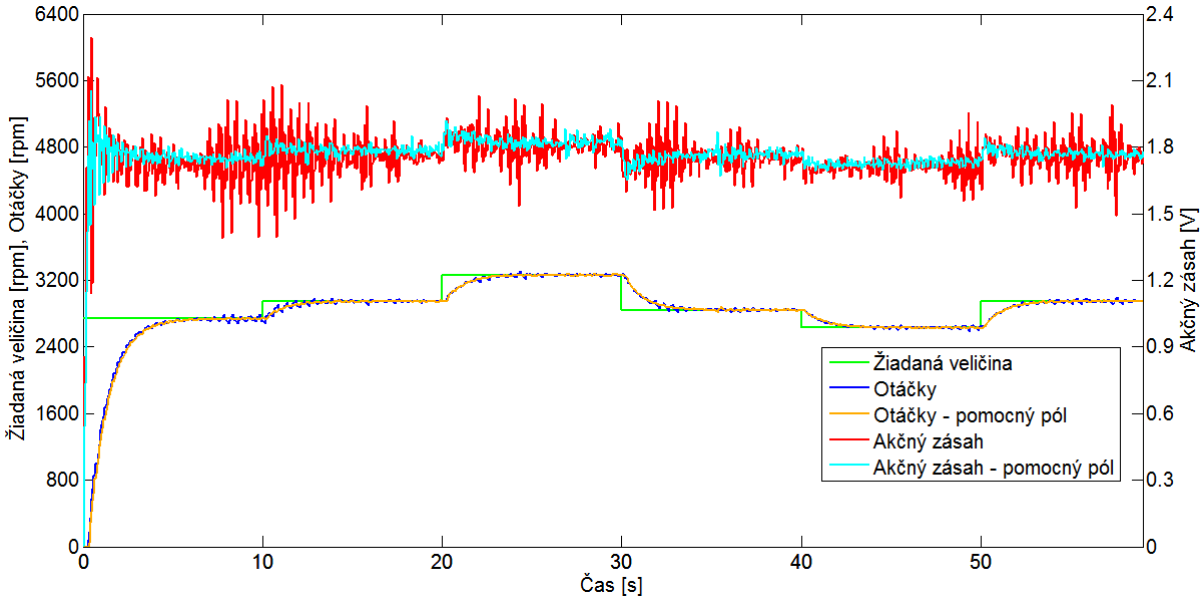
Minimalizované kritérium by v danom prípade mohlo mať nasledujúci tvar

$$J_M = q_y S_y + q_m (\Delta M - \Delta M_{des})^2, \tag{17}$$

kde ΔM_{des} je žiadaná hodnota modulovej bezpečnosti, ΔM je aktuálna hodnota modulovej bezpečnosti a q_m, q_y sú ladiace parametre, ktoré slúžia na zvyšovanie váhy kvality riadenia, prípadne robustnosti v danom kritériu.

Minimalizáciou kritéria (17) pomocou funkcie *fminsearch* v programovom prostredí MATLAB, bola určená nasledujúca poloha pomocných pólov

$$\alpha_3 = 0.369, \qquad \alpha_4 = 0.$$



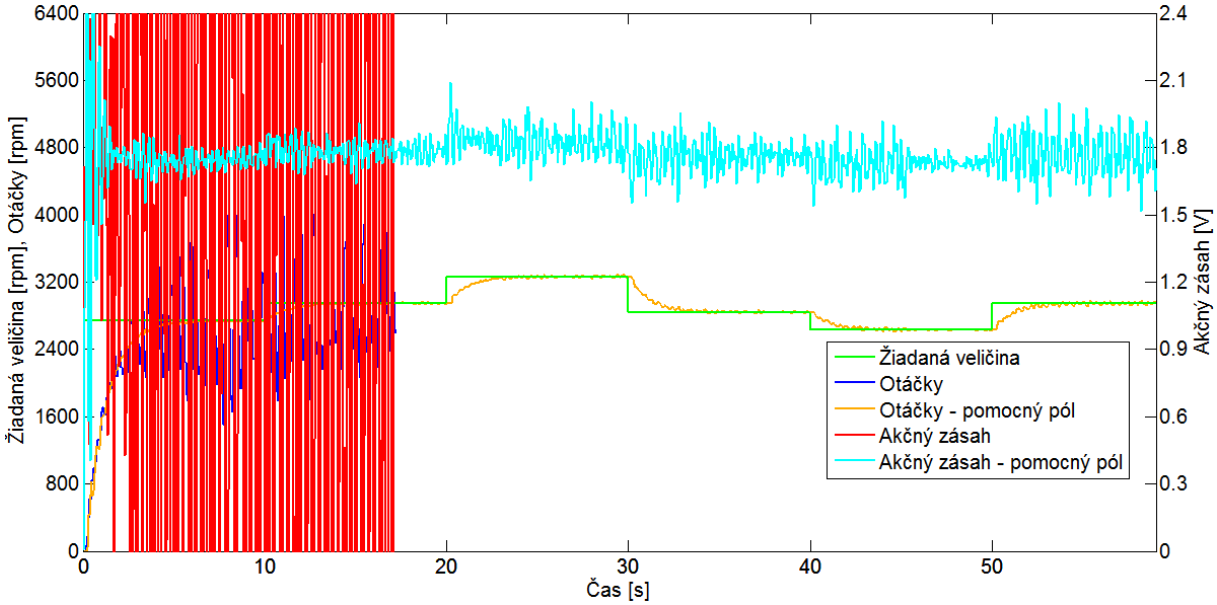
Obr. 4 Priebeh výstupnej veličiny a akčného zásahu s nulovým a nenulovým pomocným pólom

Pridanie pomocného pólu znížilo kmitavý charakter priebehu akčného zásahu (Obr. 4). Po pridaní pomocného pólu sa zvýšila ako amplitúdová bezpečnosť, tak aj modulová bezpečnosť.

Tab. 2 Parametre robustnosti s nenulovým pomocným pólom

Amplitúdová bezpečnosť	Modulová bezpečnosť
2.5480	0.5999

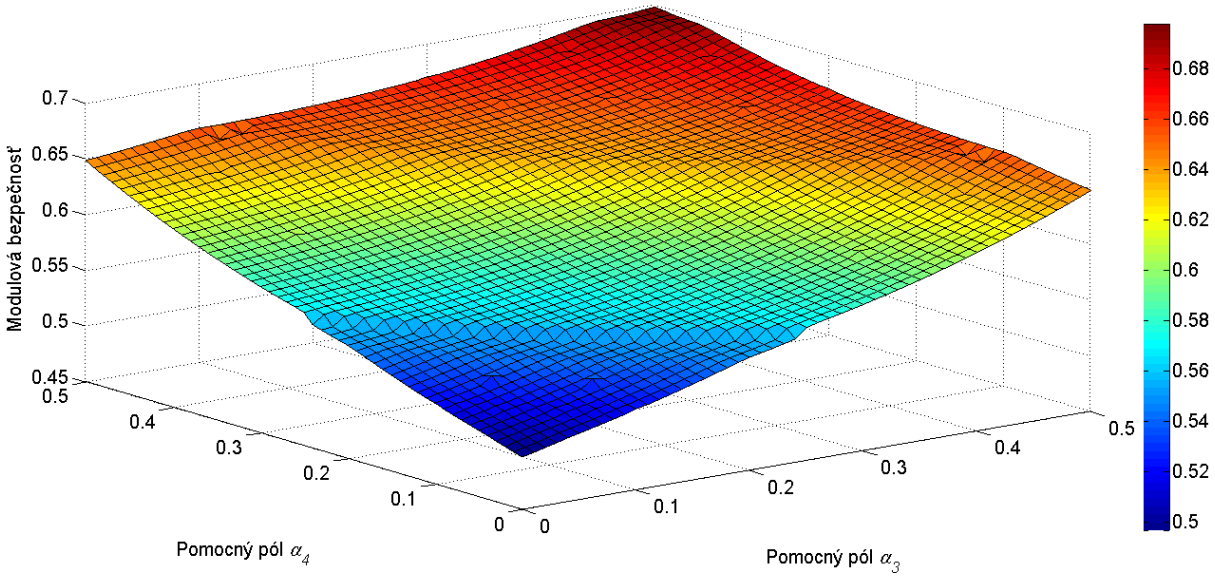
Nasledujúci graf ukazuje vplyv dvojnásobného zvýšenia zosilnenia sústavy na priebeh regulačného pochodu.



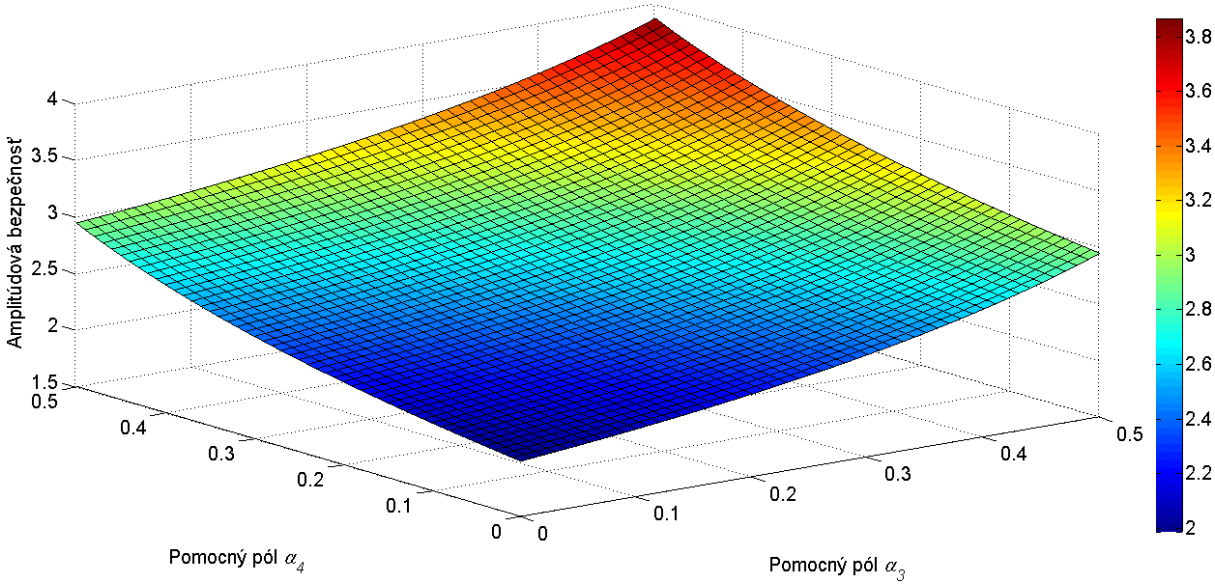
Obr. 5 Priebeh výstupnej veličiny a akčného zásahu s nulovým a nenulovým pomocným pólom po zvýšení zosilnenia sústavy

Zavedenie pomocného pólu výrazne zvýšilo robustnosť sústavy. Pri dvojnásobnom zvýšení zosilnenia sústavy sa regulačný obvod bez pomocného pólu dostal do nestability, čo spôsobovalo nevhodné správanie reálneho systému. Z dôvodu prevencie pred možných poškodením bolo riadenie po približne 18 sekundách zastavené. Naproti tomu, po zavedení pomocného pólu si dokázal regulátor s danou zmenou zosilnenia poradiť (Obr. 5).

Ďalej sú uvedené názorné grafické závislosti modulovej (Obr. 6) a amplitúdovej bezpečnosti (Obr. 7) na polohe pomocných pólov prenosu riadenia uzavretého regulačného obvodu



Obr. 6 Závislosť modulovej bezpečnosti na umiestnení pomocných pólov



Obr. 7 Závislosť amplitúdovej bezpečnosti na umiestnení pomocných pólov

5 Záver

V praxi sa často stretávame s procesmi, ktorých parametre sú ovplyvňované zmenou vonkajších podmienok. Pri optimálnom riadení je nutné pri návrhu regulátorov s týmito potenciálnymi zmenami parametrov sústavy počítať. Cieľom práce bolo skúmanie robustných vlastností číslicových algoritmov. Vybraný bol LQ regulátor, ktorého parametre sú určené na základe optimálneho umiestnenia dvojice hlavných pólov prenosu riadenia uzavretého regulačného obvodu. Následne bolo navrhnuté kritérium, ktorého minimalizáciou je možné nájsť umiestnenie zvyšných dvoch pomocných pólov s prihliadnutím na požadovanú modulovú bezpečnosť, prípadne na kvalitu riadenia. Algoritmus bol overený pri riadenia reálneho servomechanizmu DR300 od spoločnosti Amira. Pomocou navrhnutého kritéria bola určená poloha pomocného pólu, ktorý dokázal zaručiť užívateľsky zvolenú modulovú bezpečnosť.

6 Použitá literatúra

[1] BALÁTĚ, Jaroslav. *Automatické řízení*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2003. ISBN 80-7300-020-2.

[2] LANDAU, Ioan a Gianluca ZITO. *Digital control systems: design, identification and implementation*. 1st ed. New York, NY: Springer, 2006, xxiv, 484 p. ISBN 1846280559.

[3] DOSTÁL, P., MATUŠŮ, R. *Stavová a algebraická teorie řízení*. Učební texty vysokých škol. FAI UTB ve Zlíně, 2010, s. 89, ISBN 978-80-7318-991-4.

[4] BOBÁL, Vladimír. *Adaptivní a prediktivní řízení*. Vyd. 1. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2008. ISBN 978-80-7318-662-3.

[5] HAVLENA, Vladimír a Jan ŠTECHA. *Moderní teorie řízení*. 2. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2000. ISBN 80-01-02165-3.