

**VŠB - Technická univerzita Ostrava**

Fakulta strojní

Katedra automatizační techniky a řízení

## **Intervalové modely**

Vypracoval:

Milan Vala

Ostrava:

15.4.2009

**Obsah**

1	SEZNAM POUŽITÝCH ZNAČEK A ZKRATEK-----	1
2	ÚVOD -----	2
3	INTERVALOVÉ MODELY V KOMPLEXNÍ ROVINĚ -----	2
4	CHARITONOVOVA VĚTA -----	4
	PŘÍKLAD 1 -----	5
	PŘÍKLAD 2 -----	8
5	REÁLNÉ MĚŘENÍ -----	12
6	ZÁVĚR -----	15
7	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY -----	15

**1 Seznam použitých značek a zkratk**

$A(s)$	- polynom ve jmenovateli regulované soustavy
$AFKCH$	- amplitudo fázová kmitočtová charakteristika
$B(s)$	- polynom v čitateli regulované soustavy
$G(s)$	- přenos uzavřeného regulačního obvodu
$G_m(s)$	- přenos uzavřeného regulačního obvodu s multiplikativní neurčitostí
$G_o(s)$	- přenos otevřeného regulačního obvodu
$G_{om}(s)$	- přenos otevřeného regulačního obvodu s multiplikativní neurčitostí
$G_R(s)$	- přenos regulátoru
$G_S(s)$	- přenos regulované soustavy
$K(s)$	- Charitonovův mnohočlen
$k_P$	- proporcionalní konstanta (zesílení) analogového regulátoru
$l_a$	- aditivní neurčitost
$l_m$	- multiplikativní neurčitost
$N(s)$	- charakteristický mnohočlen
$q$	- dílčí intervalová neurčitost
$r_{la}$	- poloměr aditivní neurčitosti
$r_{lm}$	- poloměr multiplikativní neurčitosti
$T_I$	- integrační časová konstanta
$w_m$	- váhová funkce multiplikativní neurčitosti
$\omega$	- úhlový kmitočet
$\Delta_m$	- stabilní přenosová funkce multiplikativní neurčitosti

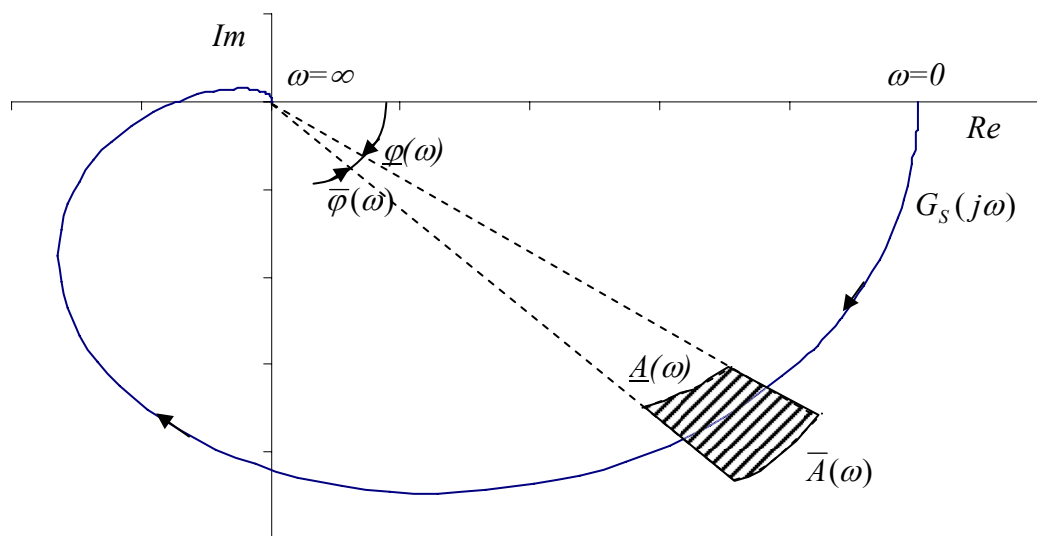
## 2 Úvod

Při návrhu robustního řízení je potřeba počítat se změnou parametrů regulované soustavy. Jestliže tyto změny parametrů vyjádříme pomocí intervalů, pak můžeme hovořit o intervalových modelech. V tomto projektu je použití těchto intervalových modelů pro návrh robustního řízení interpretováno příklady. Nejprve je zde popsáno využití intervalových modelů v komplexní rovině a jejich aplikace pro Nyquistovo kritérium stability. Dále je zde vyslovena Charitonovova věta, která je dále využita pro určení stabilní (podle Michajlovova kritéria stability) oblasti parametrů P a PI regulátoru pro dva různé tvary regulovaných soustav. Nakonec jsou tímto způsobem také určeny oblasti stability parametrů regulátoru pro reálnou soustavu teplovzdušného modelu, jmenovitě pro soustavu určenou snímačem otáček vrtulkového průtokoměru.

## 3 Intervalové modely v komplexní rovině

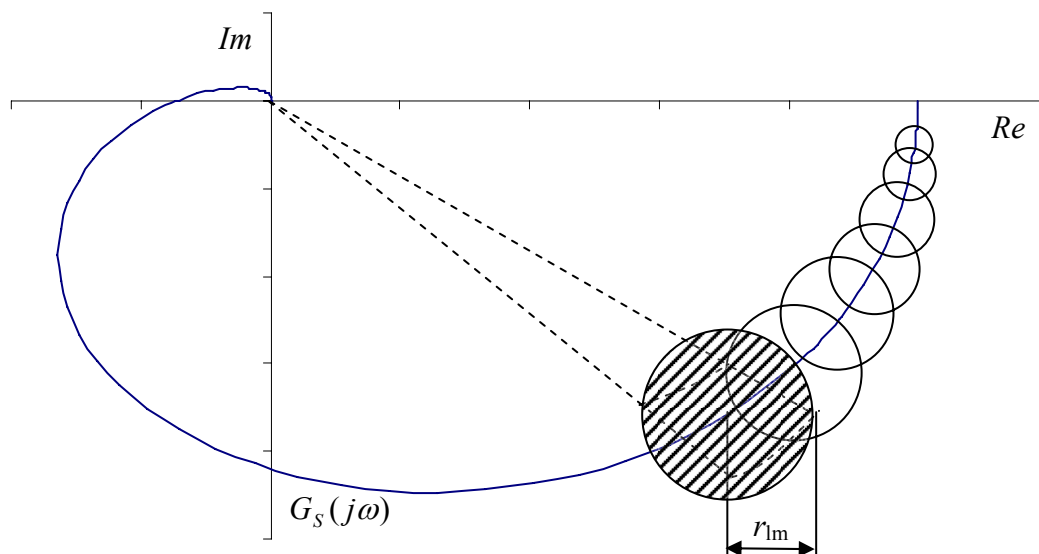
V této kapitole je ukázán způsob započítání neurčitostí při popisu řízení v kmitočtové oblasti. Dynamické chování procesu nepopíšeme jedním lineárním časově nezávislým modelem, ale řadou lineárních časově nezávislých modelů. Kromě toho budou charakteristiky modelu popsány názvoslovím pro frekvenční odezvy, což umožní popsat dynamické chování pomocí dvou parametrů: amplitudou a fází [Ming T. Tham 2002].

Jestliže sestojíme amplitudo fázovou kmitočtovou charakteristiku systému  $i$  s intervalem hodnot pro amplitudu a fázi, pak získáme pro každý kmitočet oblast neurčitosti



Obr. 3.1 AFKCH s obecnými neurčitostmi

Z obr. 3.1 je patrné, že geometrický popis oblasti neurčitosti je poměrně složitá záležitost a náročnost výpočtů při analýze systému by se zvětšovala. Částečným řešením tohoto problému je obklopit oblast neurčitosti kruhem. Oblast neurčitosti by se tak zvětšila, avšak zadána by byla pouze jedním parametrem a to poloměrem závislým na kmitočtu. Návrh řešení pro jednodušší vyjádření neurčitostí je vidět na obr. 3.2.



Obr. 3.2 AFKCH s kruhovým vyjádřením neurčitosti

Pro každý kmitočet tedy existuje kruhová oblast neurčitosti o poloměru  $r_{lm}$ . Se zvyšujícím se kmitočtem roste i poloměr oblasti neurčitosti, což je vidět na obr. 3.2. Za účelem vykreslení AFKCH s neurčitostmi byl vytvořen toolbox pro program Matlab.

Interval hodnot parametrů regulované soustavy můžeme vyjádřit pomocí multiplikační nebo aditivní formy. Aditivní neurčitost zjednodušuje vykreslování neurčitostí v grafech, avšak při analýze se častěji používá popis s multiplikační neurčitostí. Tedy dále budeme používat popis neurčitosti v multiplikační formě.

Pro přenos otevřeného regulačního obvodu s multiplikační neurčitostí platí rovnice:

$$G_{om}(s) = G_S(s) \cdot (1 + l_m(s)) \cdot G_R(s) = G_o(s) + G_o(s) \cdot l_m(s) \quad (3.1)$$

Přenos uzavřeného regulačního obvodu s multiplikační neurčitostí má potom tvar:

$$G_m(s) = \frac{G_{om}(s)}{1 + G_{om}(s)} \quad (3.2)$$

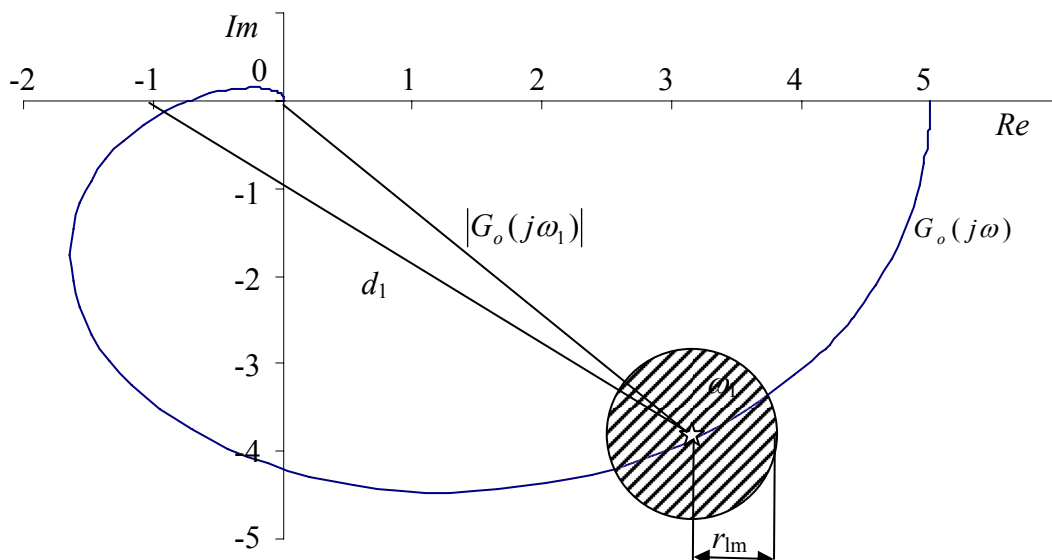
Nutno ještě dodat, že multiplikační neurčitost, lze popsat stabilní přenosovou funkcí  $\Delta_m$  a váhovou funkcí  $w_m$  podle vztahu

$$l_m(j\omega) \leq |w_m(j\omega) \cdot \Delta_m(j\omega)| \quad (3.3)$$

kde modul přenosové funkce je pro stabilitu menší nebo roven jedné.[Veselý, Harsányi, 2007]. Vztah pro převod aditivní neurčitosti na multiplikační neurčitost je uveden ve vzorci (3.4).

$$l_m(\omega) = \frac{l_a(\omega)}{|G_S(\omega)|} \quad (3.4)$$

Jestliže již máme definovány vztahy pro otevřený a uzavřený regulační obvod s multiplikační neurčitostí, pak můžeme definovat i kritérium stability vycházející s těchto přenosů s neurčitostí. Takovým kritériem je Nyquistovo kritérium stability a zní:“Lineární regulační obvod je stabilní tehdy a jen tehdy, když amplitudo fázová kmitočtová charakteristika stabilního otevřeného regulačního obvodu  $G_o(j\omega)$  neobklopuje kritický bod -1 na záporné reálné poloose“[Vítečková, Víteček, 2006].



Obr. 3.3 Geometrická interpretace Nyquistova kritéria stability

Na obr. 3.3 je zobrazena amplitudo fázová kmitočtová charakteristika otevřeného regulačního obvodu a je zde zaznačen i poloměr multiplikativní neurčitosti  $r_{lm}$  pro úhlový kmitočet  $\omega_1$ , který lze vyjádřit jako  $r_{lm} = |w_m(j\omega_1) \cdot G_o(j\omega_1)|$ . Také je zde vidět vzdálenost bodu AFKCH otevřeného regulačního obvodu pro úhlový kmitočet  $\omega_1$  a kritického bodu  $[-1; 0]$ . Tato vzdálenost je dána vztahem  $d_1 = |1 + G_o(j\omega_1)|$ . Podmínky stability uzavřeného regulačního obvodu podle obr. 3.3 lze vyjádřit pomocí podmínek [Veselý, Harsányi, 2007]:

$$\begin{aligned}
 r_{lm} &< d_1 \\
 |w_m(j\omega) \cdot G_o(j\omega)| &< |1 + G_o(j\omega)| \\
 \left| \frac{w_m(j\omega) \cdot G_o(j\omega)}{1 + G_o(j\omega)} \right| &< 1 \\
 |G(j\omega)| &< \frac{1}{|w_m(j\omega)|}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Tyto nerovnice spějí k důležitému závěru a to, že modul uzavřeného regulačního obvodu musí být pro každý úhlový kmitočet menší než převrácená hodnota absolutní hodnoty modulu přenosové funkce multiplikativní neurčitosti. Při splnění těchto podmínek můžeme mluvit o stabilitě uzavřeného regulačního obvodu.

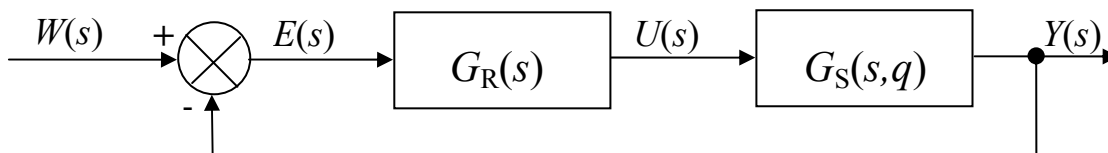
## 4 Charitonovova věta

Charitonovova věta říká, že množina intervalových polynomů je stabilní právě tehdy a jen tehdy, když jsou stabilní její čtyři Charitonovovy polynomy. Charitonovova věta je tedy velice elegantním a účinným řešením stability regulačních obvodů s neurčitostmi, protože není nutno kontrolovat stabilitu všech polynomů, ale stačí kontrolovat stabilitu čtyř polynomů. Když vezmeme v úvahu, že pro  $n$  koeficientů neurčitosti vyjádřené dolní a horní mezí lze tedy sestavit  $2^n$  polynomů, pak je pro větší  $n$  velmi jednoduchou a výhodnou záležitostí použití Charitonovovy věty. Pro lepší zapamatování znamének v Charitonovově větě existuje pomůcka, která se nazývá „Charitonovova melodie“ a tu lze vyjádřit jako: „dvě horní, dvě dolní, dvě horní, ...“.

### Příklad 1

Postup proveden podle [Závacká, Bakošová, Vaneková, 2007].

Pro regulovanou soustavu s intervalově zadanými koeficienty navrhnete PI regulátor tak, aby byl regulační pochod stabilní. Uvažujte zpětnovazební regulační obvod na obr. 4.1



Obr. 4.1 Zpětnovazební regulační obvod s parametrickou neurčitostí

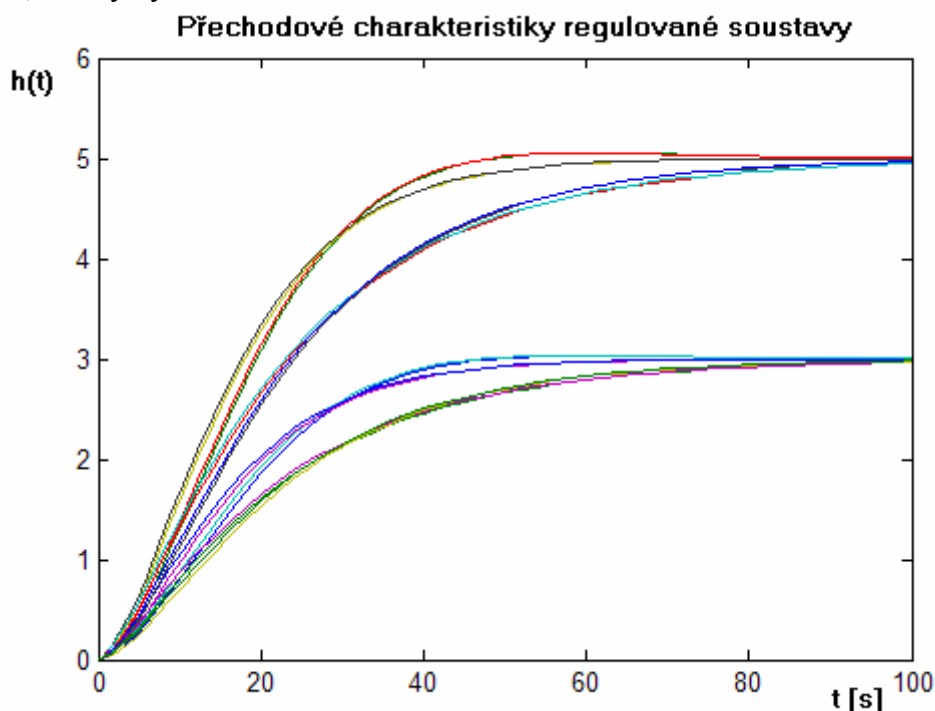
Přenos regulátoru je ve tvaru:  $G_R(s) = \frac{k_p(T_I s + 1)}{T_I s}$ , kde  $k_p, T_I \geq 0$

Přenos regulované soustavy je ve tvaru:  $G_S(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$

Zadány jsou tyto parametry:  $b_1 \in [1, 3]$ ;  $b_0 \in [3, 5]$ ;  $a_2 \in [80, 120]$ ;

$a_1 \in [18, 25]$ ;  $a_0 = 1$ . Přechodové charakteristiky regulované soustavy jsou vidět na obr. 4.2.

Při použití PI regulátoru pro danou soustavu je nutno sestavit pomocí Charitonovovy věty polynomy již pro čítelel a jmenovatel přenosu regulované soustavy. Kdybychom chtěli použít Charitonovovu větu až po sestavení charakteristického mnohočlenu, dostali bychom se do rozporu z předpokladem nezávislosti jednotlivých koeficientů polynomu. Vznikly by totiž polynomy, v nichž se vyskytují některé parametry regulované soustavy ve více než jednom koeficientu, což by vytvářelo závislost těchto koeficientů.



Obr. 4.2 Přechodové charakteristiky regulované soustavy

Nejdříve tedy vytvoříme podle Charitonovovy věty polynomy pro čitatele a jmenovatele (4.3) přenosu regulované soustavy, jejichž vzájemnou kombinací získáme 16 přenosů regulovaných soustav.

$$\begin{aligned}
 A_1(s) &= \underline{b}_0 + \underline{b}_1 s & B_1(s) &= \underline{a}_0 + \underline{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 \\
 A_2(s) &= \overline{b}_0 + \underline{b}_1 s & B_2(s) &= \overline{a}_0 + \underline{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 \\
 A_3(s) &= \overline{b}_0 + \overline{b}_1 s & B_3(s) &= \overline{a}_0 + \overline{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 \\
 A_4(s) &= \underline{b}_0 + \overline{b}_1 s & B_4(s) &= \underline{a}_0 + \overline{a}_1 s + \overline{a}_2 s^2
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

Nyní můžeme sestavit obecný tvar přenosu otevřeného regulačního obvodu.

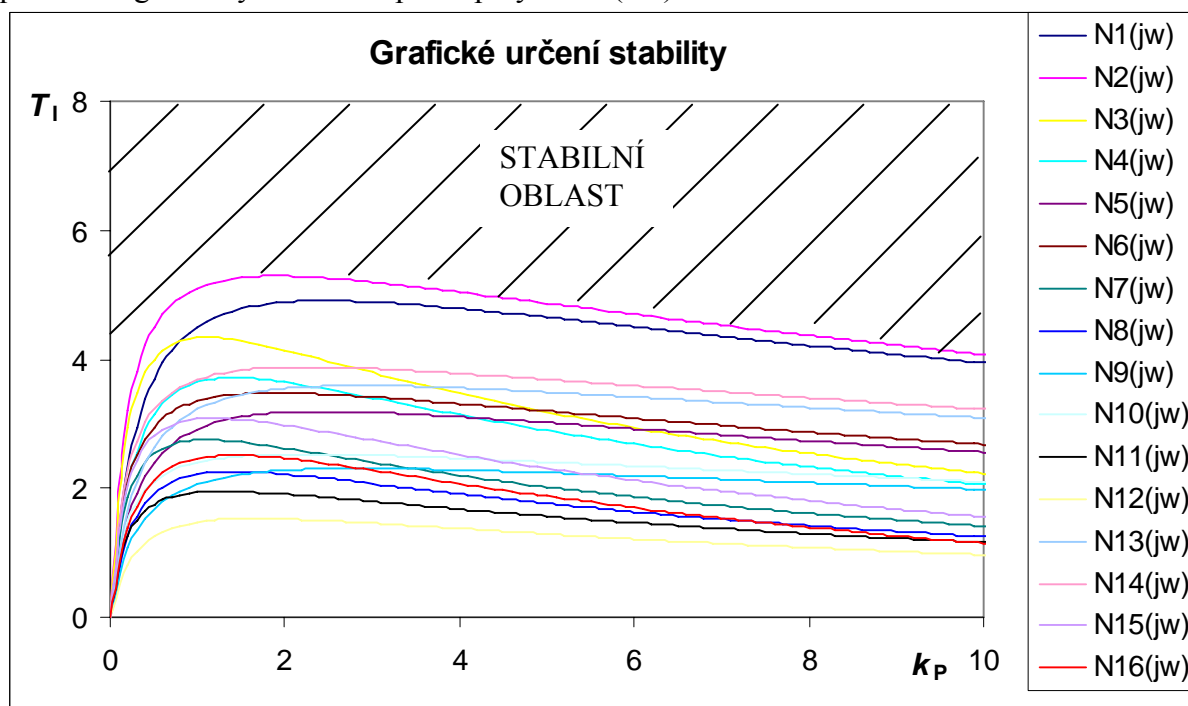
$$G_o(s) = G_R(s) \cdot G_S(s) = \frac{k_p(T_I s + 1)(b_1 s + b_0)}{T_I s(a_2 s^2 + a_1 s + a_0)} = \frac{M_o(s)}{N_o(s)}
 \tag{4.4}$$

Dosazením jednotlivých kombinací parametrů regulované soustavy do vztahu (4.4) získáme 16 přenosů otevřeného regulačního obvodu a tím pádem i 16 charakteristických polynomů.

Nyní stačí ověřit stabilitu jednotlivých charakteristických polynomů. Pro tento příklad bylo vybráno Michajlovo kritérium stability, které vychází z charakteristického mnohočlenu. Postup vyšetřování stability je popsán například v [Vítečková, Víteček, 2006]. Po aplikaci Michajlova kritéria stability na charakteristický mnohočlen vzniklý z přenosu otevřeného regulačního obvodu ze vztahu (4.4) získáme omezení parametrů regulátoru, které je vyjádřeno vztahem (4.5).

$$0 < \frac{a_2 k_p b_0 - (k_p b_1)(k_p b_1 + a_1)}{(k_p b_1 + a_1)(k_p b_0 + a_0)} < T_I
 \tag{4.5}$$

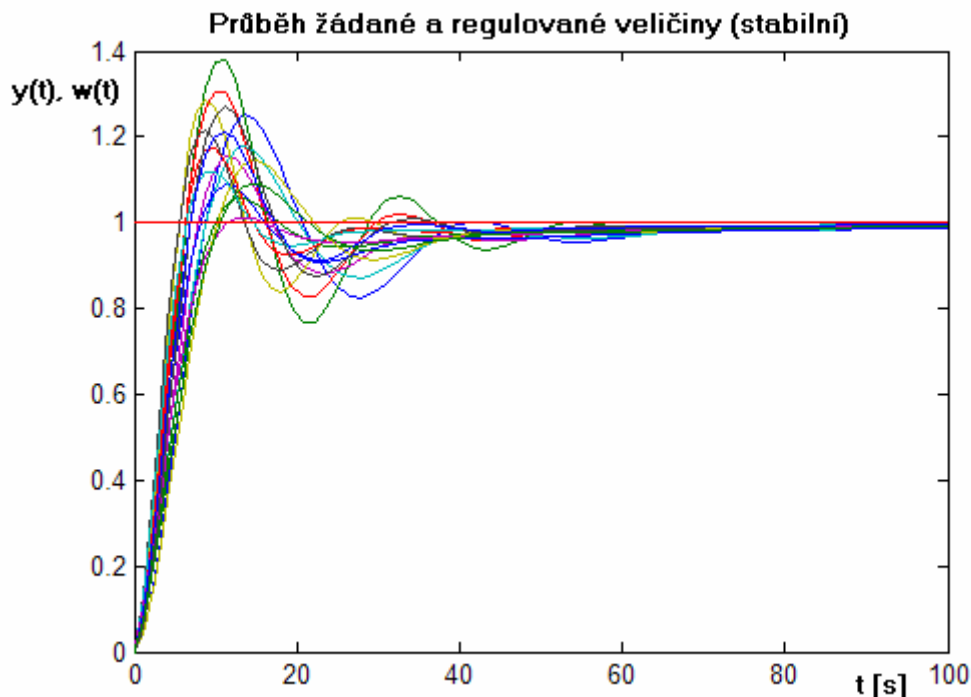
Nyní můžeme podle vztahu (4.5) sestavit stabilní oblast jednotlivých charakteristických polynomů. Pro dosazování koeficientů do vztahu (4.5) se řídíme koeficienty vytvořených přenosů regulovaných soustav podle polynomů (4.3).



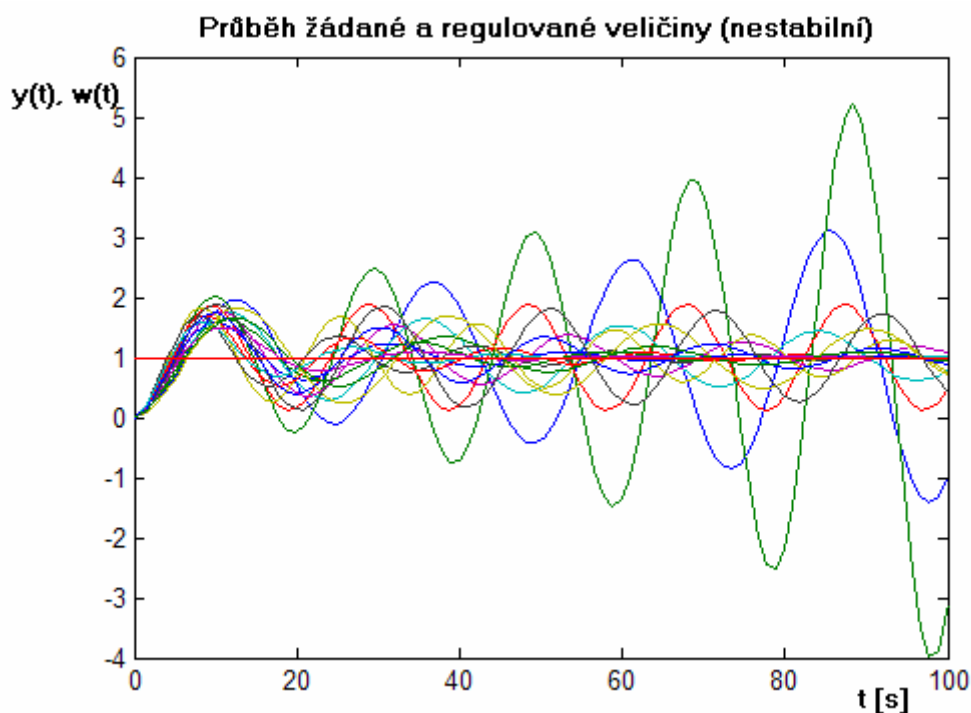
Obr. 4.3 Závislost stavitelných parametrů PI regulátoru pro danou soustavu

Stabilní oblast regulačního obvodu je dána průnikem stabilních oblastí jednotlivých charakteristických polynomů s koeficienty zadanými v podobě intervalů viz obr. 4.3.

Pro ověření správnosti stanovené oblasti byla vybrána kombinace parametrů regulátoru, která by měla zajišťovat stabilitu regulačního pochodu. A také byla vybrána kombinace parametrů regulátoru, která by měla vytvářet nestabilní regulační pochod. Oba průběhy byly sestrojeny pomocí programu Matlab Simulink a lze je vidět na obr. 4.4 a obr. 4.5. Byly zvoleny parametry:  $k_p = 2$ ,  $T_I = 20s$  ... stabilní,  $k_p = 2$ ,  $T_I = 2s$  ... nestabilní



Obr. 4.4 Regulační pochody s parametry regulátoru zajišťující stabilitu



Obr. 4.5 Regulační pochody s parametry regulátoru vytvářející nestabilitu



V tomto příkladu jsme použili pro regulovanou soustavu regulátor typu PI, čímž bylo zapotřebí použít Charitonovovu větu již pro přenos regulované soustavy. Řešení úlohy by se velmi změnilo, kdybychom použili jednosložkový regulátor. Pak bychom použili Charitonovovu větu až na charakteristický polynom vzniklý z přenosu otevřeného regulačního obvodu a řešili bychom stabilitu pouze čtyř Charitonovových polynomů, protože koeficienty charakteristického polynomu by byly navzájem nezávislé.

## Příklad 2

Postup proveden podle [Závacká, Bakošová, Vaneková, 2008].

Pro regulovanou soustavu s intervalově zadanými koeficienty navrhnete P regulátor tak, aby byl regulační pochod stabilní. Uvažujte zpětnovazební regulační obvod na obr. 4.1.

Přenos regulátoru je ve tvaru:  $G_R(s) = k_p$

Přenos regulované soustavy je ve tvaru:  $G_S(s) = \frac{k}{s(a_2s^2 + a_1s + a_0)} e^{-T_d s}$

Zadány jsou tyto parametry:  $k = 1$ ;  $a_0 = 1$ ;  $a_1 = 10$ ;  $a_2 = 100$ ;  $T_d \in [10, 30]$

Nejdříve musíme upravit přenos regulované soustavy pomocí Taylorova rozvoje:

$$G_S(s) = \frac{k}{s(a_2s^2 + a_1s + a_0)} e^{-T_d s} \approx G_S(s) = \frac{k \frac{T_d^2}{2} s^2 - kT_d s + k}{s(a_2s^2 + a_1s + a_0)}$$

Můžeme dále sestavit obecný tvar otevřeného regulačního obvodu.

$$G_o(s) = G_R(s) \cdot G_S(s) = \frac{k_p (k \frac{T_d^2}{2} s^2 - kT_d s + k)}{s(a_2s^2 + a_1s + a_0)} = \frac{M_o(s)}{N_o(s)} \quad (4.6)$$

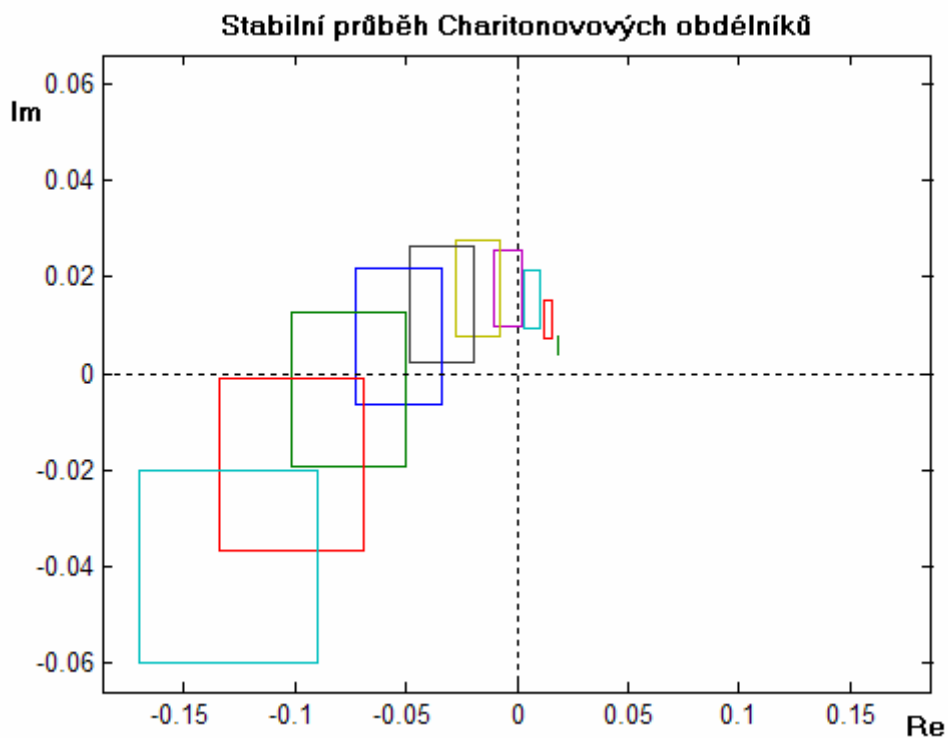
Ze vztahu (4.6) lze získat charakteristický mnohočlen. Jestliže aplikujeme na vzniklý charakteristický mnohočlen Charitonovovu větu, pak získáme 4 charakteristické mnohočleny. Dále stačí opět ověřit stabilitu těchto vzniklých mnohočlenů. A opět bylo vybráno Michajlovovo kritérium stability pro určení stability regulačního obvodu. Aplikací tohoto kritéria na obecný charakteristický mnohočlen vzniklý z přenosu (4.6) získáme omezení zesílení regulátoru, které je vyjádřeno obecným vztahem (4.7).

$$k_p^2 \frac{T_d^2}{2} T_d + k_p (ka_2 + a_1 k T_d - k \frac{T_d^2}{2} a_0) - a_1 a_0 < 0 \quad (4.7)$$

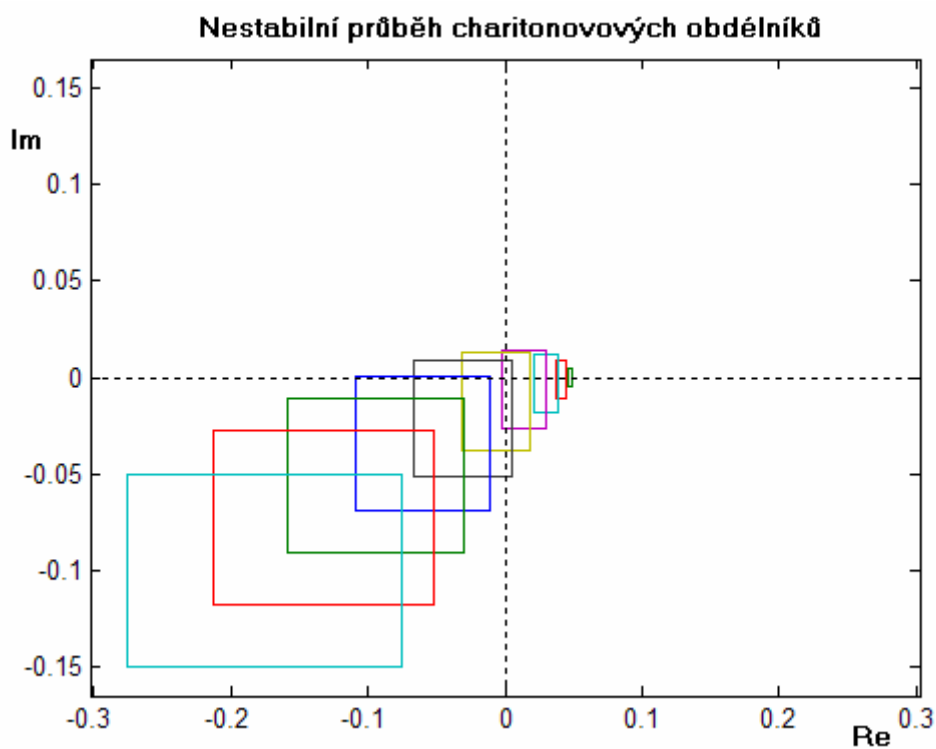
Do obecného vztahu (4.7) postupně dosazujeme parametry podle zadání a aplikujeme na všechny vzniklé Charitonovovy polynomy. Průnik vzniklých intervalů dává omezení hodnot pro zesílení regulátoru

$$k_p \in (0; \frac{1 + \sqrt{217}}{540})$$

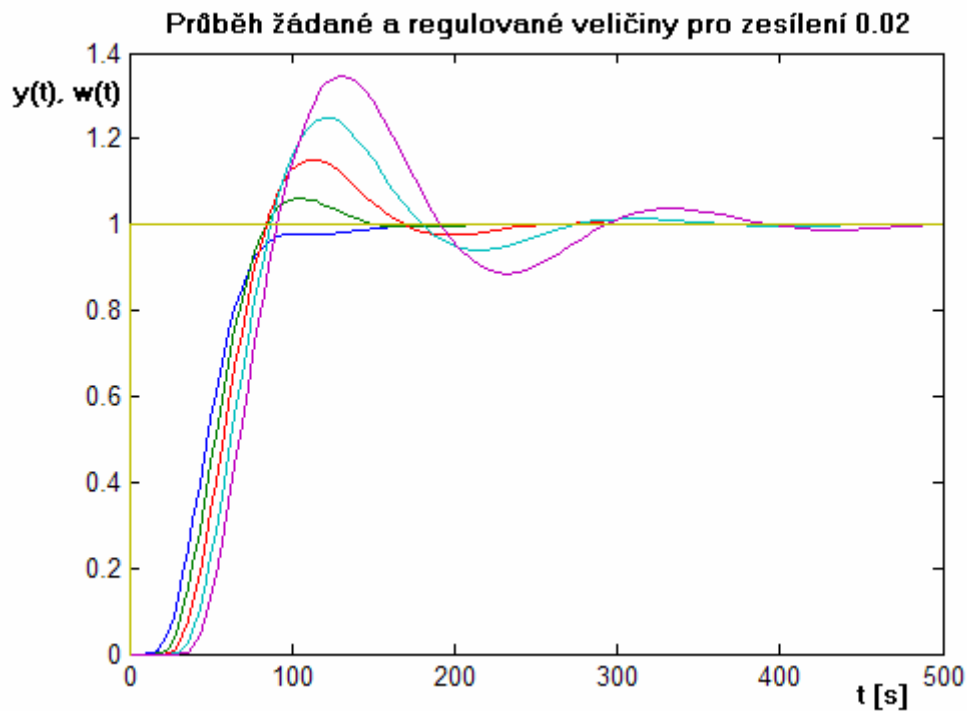
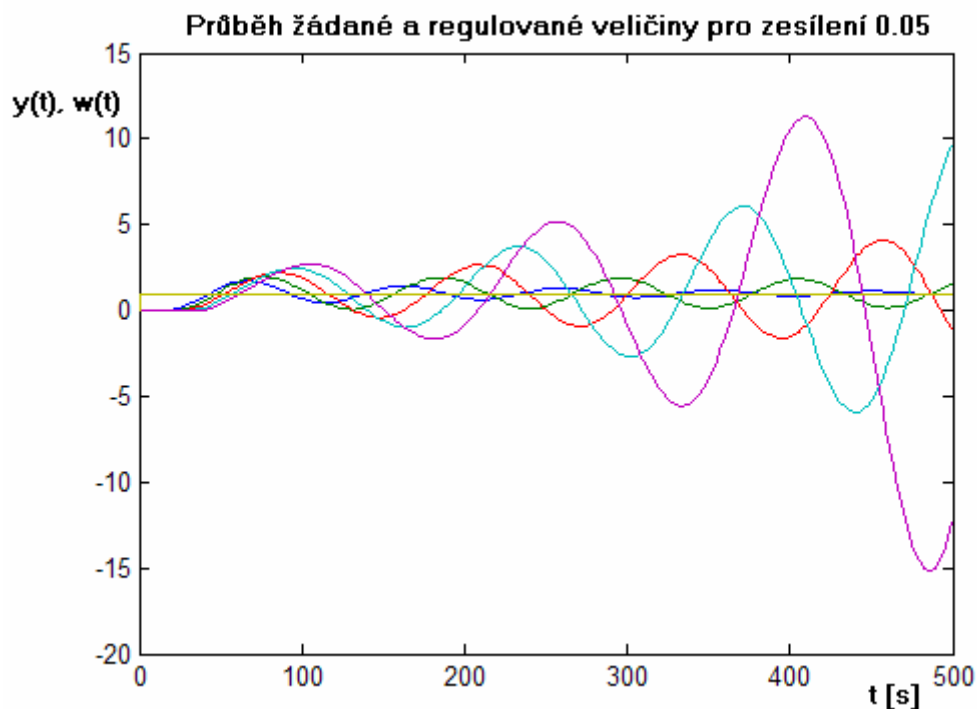
Pomocí Polynomial Toolboxu sestrojením Charitonovových obdélníků lze také ověřit pravdivost námi stanovené stability pro daný příklad. Pro tento účel použijeme tzv. **podmínku vyloučení nuly**, která zní: „Množina intervalových polynomů s invariantním stupněm a nejméně jedním stabilním členem je robustně stabilní právě tehdy, když Charitonovovy obdélníky neobsahují počátek komplexní oblasti při nezáporných frekvencích.“ [Matusů, 2008]. Vyberme tedy parametry regulátoru nejdříve ze stabilní oblasti a poté i z nestabilní oblasti:  $k_p = 0,02 \dots$  stabilní,  $k_p = 0,05 \dots$  nestabilní



Obr. 4.6 Průběh Charitonovových obdélníků pro  $k_p = 0,02$  a  $\omega = 0,01$



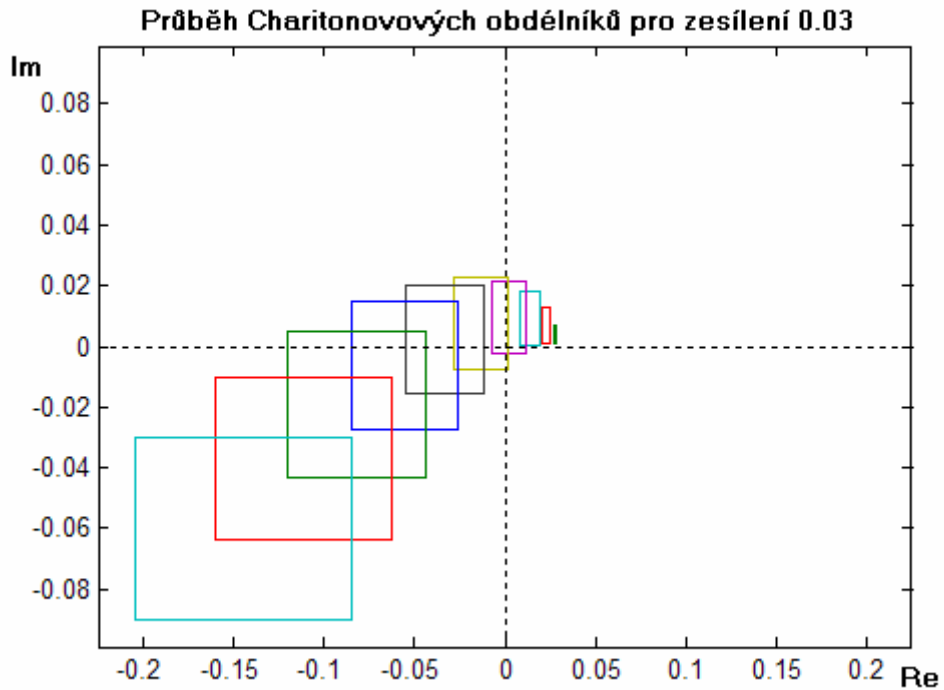
Obr. 4.7 Průběh Charitonovových obdélníků pro  $k_p = 0,05$  a  $\omega = 0,01$

Obr. 4.8 Regulační pochody se zesílením regulátoru  $k_p = 0,02$ Obr. 4.9 Regulační pochody se zesílením regulátoru  $k_p = 0,05$ 

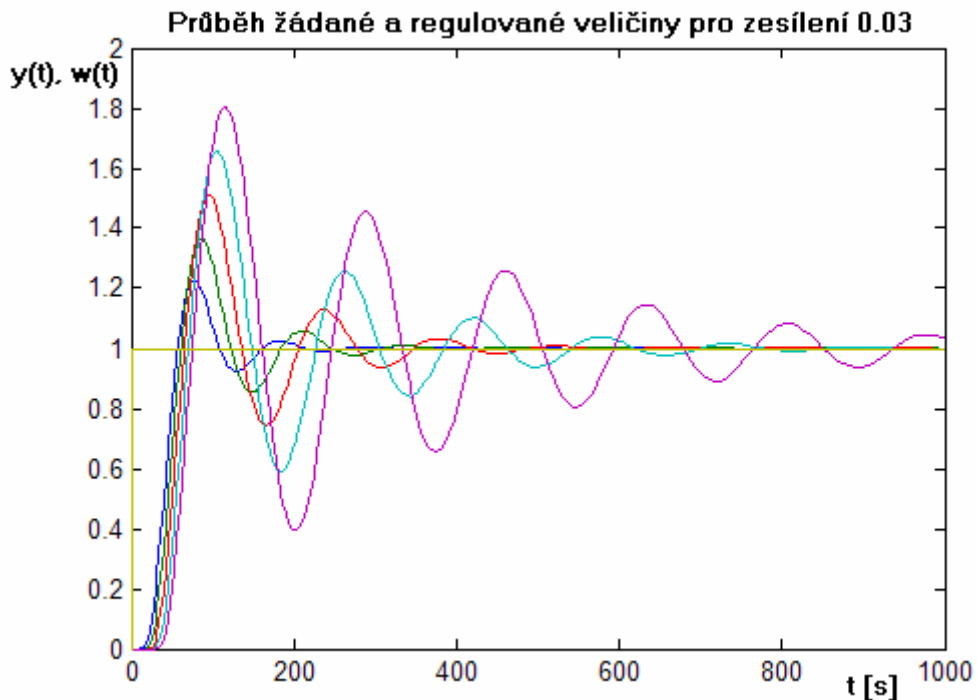
Průběhy regulovaných veličin na obr. 4.8 respektive obr. 4.9 potvrzují námi určené omezení pro zesílení regulátoru.

Při použití Charitonovovy věty nebyl splněn předpoklad o nezávislosti parametrů charakteristického mnohočlenu. Dopravní zpoždění regulované soustavy je neměnné a nemůže se v charakteristickém mnohočlenu vyskytovat jak jeho dolní tak i horní mez. Toto tvrzení podporují i následující grafy, kde výpočtem stanovené zesílení regulátoru  $k_p = 0,03$

nemá zajišťovat stabilní regulační pochod. Tento předpoklad potvrzuje i vykreslení Charitonových obdélníků na obr. 4.10, avšak samotný regulační pochod je stabilní (viz obr. 4.11)



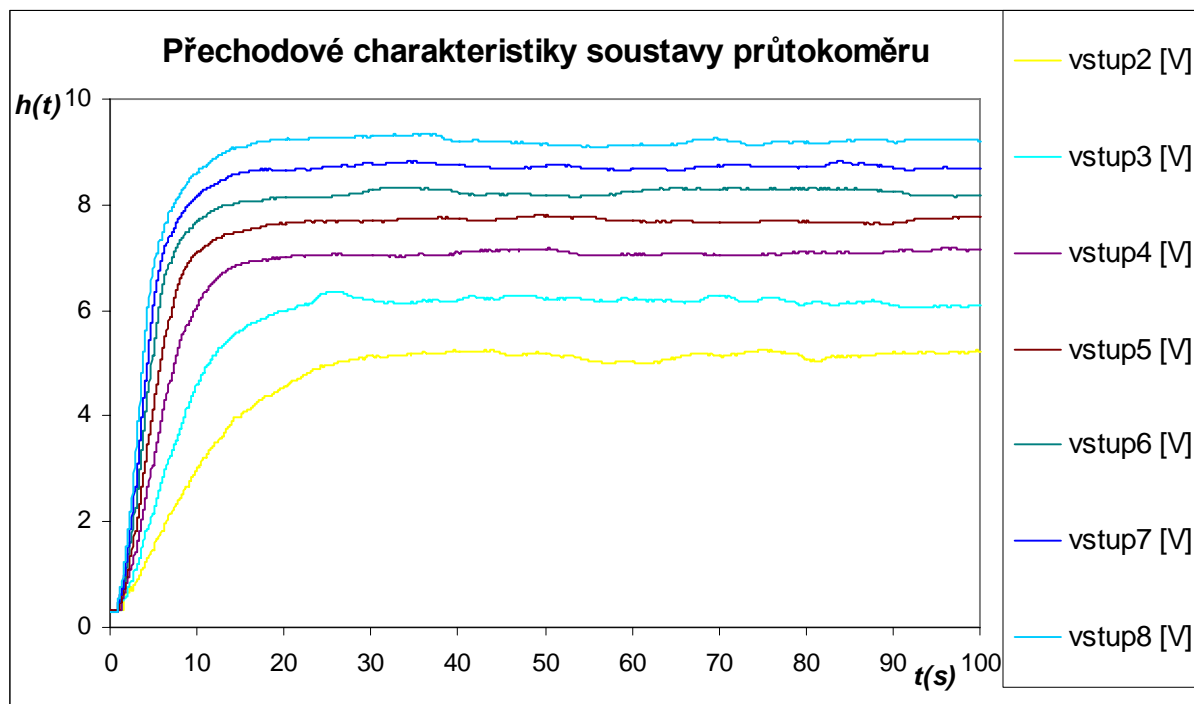
Obr. 4.10 Průběh Charitonových obdélníků pro  $k_p = 0,03$  a  $\omega = 0,01$



Obr. 4.11 Regulační pochody se zesílením regulátoru  $k_p = 0,03$

## 5 Reálné měření

Jako reálný model pro ověření Charitonovovy věty byl vybrán ventilátor s říditelným napájecím napětím v jehož blízkosti se vyskytuje vrtulkový průtokoměr. Pro návrh parametrů regulátorů pro soustavu danou průtokoměrem je nejdříve zapotřebí identifikovat dynamické chování soustavy a aproximovat známým tvarem přenosu regulované soustavy. Postupně tedy bylo přivedeno skokově na ventilátor napětí o různých hodnotách a zjišťovala se odezva systému (resp. průtokoměru). Na obr. 5.1 lze vidět získané přechodové charakteristiky snímače pro různé skokové změny vstupního napětí.



Obr. 5.1 Přechodové charakteristiky vrtulkového průtokoměru

Regulovaná soustava je tedy proporcionální se setrvačností prvního řádu a s dopravním zpožděním:  $G_S(s) = \frac{k}{T_S + 1} e^{-T_d s}$ ,

kde jednobodovou metodou byly zjištěny koeficienty soustavy:  $k \in [1.15, 2.46]$ ;  $T \in [4.3, 11.65]$ ;  $T_d \in [0.9, 1.6]$

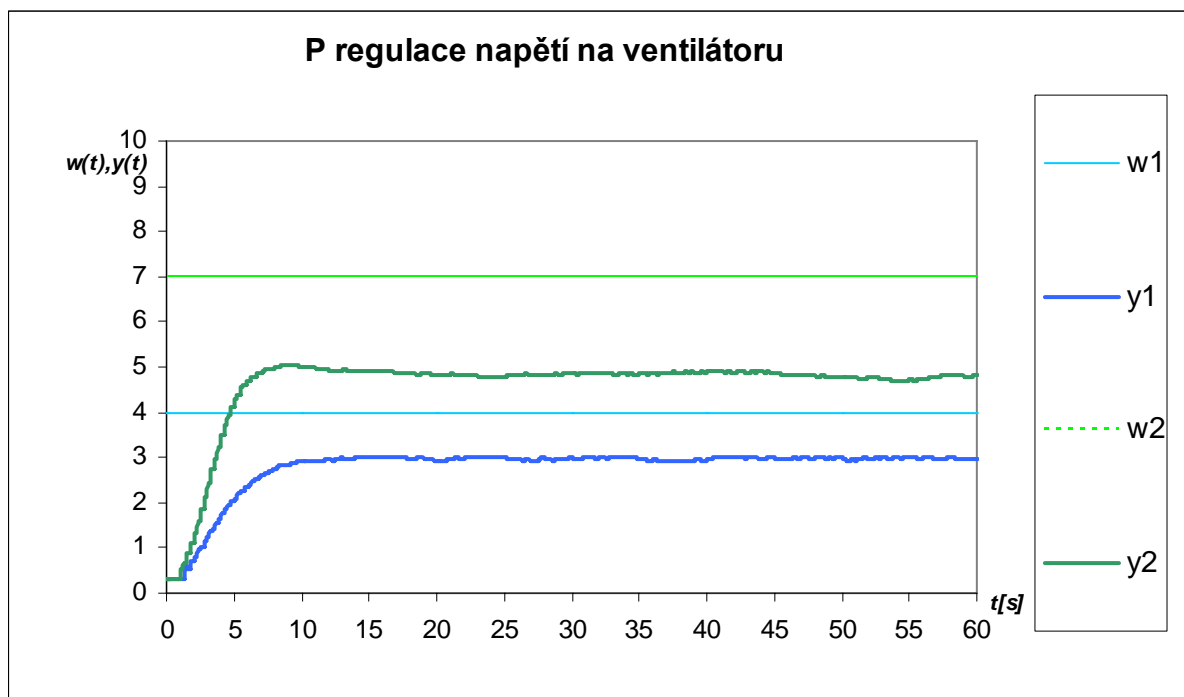
Pro další výpočet bude opět potřeba upravit přenos regulované soustavy pomocí Taylorova rozvoje (viz Příklad 2).

Nejdříve uvažujme jednosložkový proporcionální regulátor:  $G_R(s) = k_p$

Výpočet omezení pro zesílení regulátoru se provede obdobně jako v příkladě 1 sestavením Charitonovových polynomů. Na rozdíl od příkladu 1 získáme charakteristický polynom 2. stupně pro který se stává Stodolova podmínka nutnou a postačující. Tedy je nutno zajistit aby všechny koeficienty charakteristického polynomu existovaly a byly kladné. Tímto způsobem získáme vztah pro omezení zesílení regulátoru  $0 < k_p < \frac{T}{kT_d}$ . Při dosazení pravé

strany nerovnice získáme omezení zesílení regulátoru  $k_p \in (0, 1.0925)$

Z omezujícího intervalu pro zesílení bylo vybráno zesílení  $k_p = 0.9$ , které by mělo zajišťovat stabilitu. Předpoklad potvrzuje i regulační pochod na obr. 5.2



Obr. 5.2 Průběhy žádané a regulované veličiny při použití P regulátoru

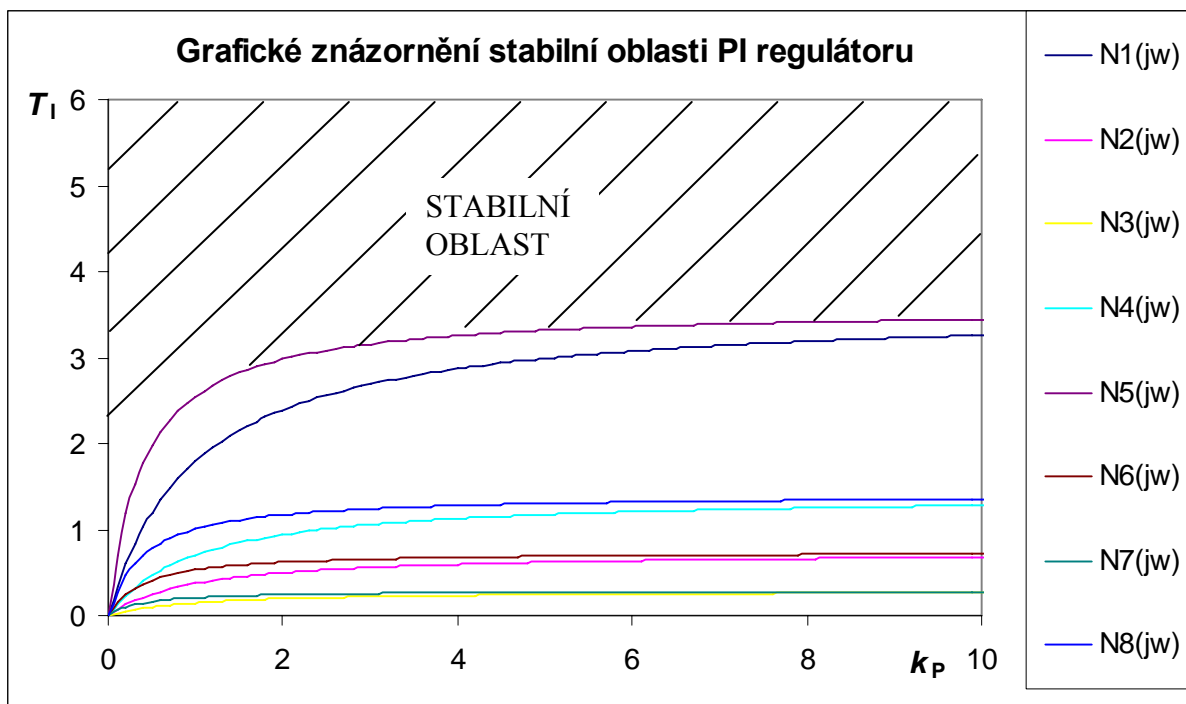
Dále uvažujme pro danou soustavu návrh stavitelných parametrů PI regulátoru, které zajišťují stabilitu. Abychom mohli využít poznatků z příkladu 1, je nutno převést přenos již identifikované regulované soustavy na přenos proporcionální soustavy se setrvačností druhého řádu bez dopravního zpoždění. Převod proveden podle [Vítečková, Víteček, 2006].

Nový přenos regulované soustavy má tvar: 
$$G_S(s) = \frac{k}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

kde byly stanoveny koeficienty soustavy:  $k \in [1, 2.46]$ ;  $T_1 \in [4.3, 11.65]$ ;  $T_2 \in [0.9, 1.6]$ .

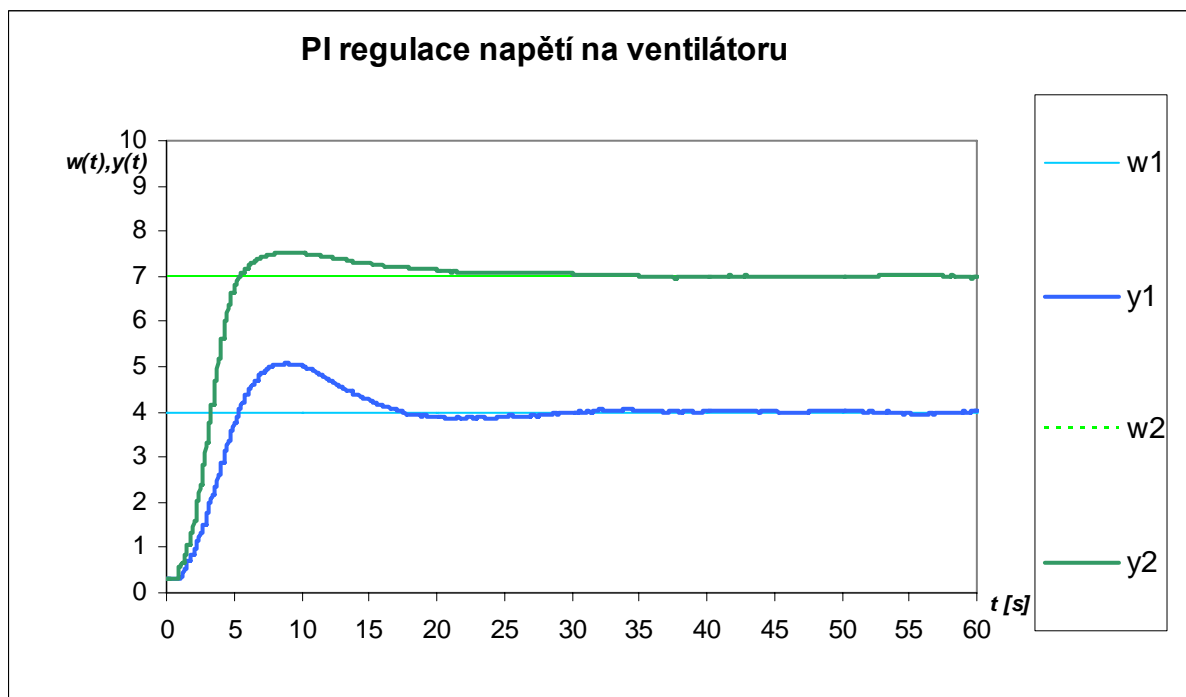
Ze zkušeností z příkladů 1 lze stanovit vzájemnou závislost parametrů regulátoru tak, aby zajišťovali stabilitu podle Michajlovova: 
$$0 < \frac{k_p k T_1 T_2}{(T_1 + T_2)(k_p k + 1)} < T_l$$

Podle tohoto vztahu lze vykreslit stabilní oblast parametrů regulátoru (viz obr. 5.3)



Obr. 5.3 Stabilní oblasti Charitonovových polynomů pro daný regulační obvod

Z oblasti stabilizujících parametrů regulátoru byly vybrány parametry  $k_p = 1, T_i = 4$ . Použitím vybraných parametrů regulátoru je dále možno ověřit jejich stabilizující účinek, což je vidět na obr. 5.4.



Obr. 5.4 Průběhy žádané a regulované veličiny při použití PI regulátoru

## 6 Závěr

Intervalové modely lze tedy využít při analýze systémů s neurčitostmi. V první části je uvedeno ověřování stability podle Nyquistova kritéria pro regulované soustavy s neurčitostmi. Toto kritérium bylo zformulováno pomocí podmínek určující stabilitu systému. Tedy aby byla dodržena stabilita systému, je zapotřebí zajistit, aby modul uzavřeného regulačního obvodu byl menší než absolutní hodnota převrácené hodnoty váhové funkce, která popisuje neurčitosti soustavy.

V druhé části byla vyslovena Charitonovova věta pomocí níž je možno řešit úlohy robustního řízení systémů s intervalově zadanými neurčitostmi. Charitonovovy věty bylo využito k řešení dvou příkladů návrhu parametrů regulátoru. V prvním příkladě byla určena a vykreslena oblast parametrů PI regulátoru tak, aby zajišťovaly stabilitu daného regulačního obvodu. Vypočtené vztahy parametrů byly také potvrzeny simulací. V druhém příkladě byl určen interval hodnot zesílení P regulátoru tak, aby zajišťoval stabilitu daného regulačního obvodu. Stabilita regulačního obvodu s navrženým intervalem hodnot pro zesílení regulátoru byla potvrzena i graficky. Jelikož byly koeficienty charakteristického polynomu navzájem závislé (změna dopravního zpoždění) stává se omezení zesílení regulátoru pouze postačující podmínkou stability.

V poslední části je Charitonovova věta použita pro určení stabilní oblasti parametrů regulátorů pro reálnou soustavu vrtulkového průtokoměru. Nejdříve byla soustava identifikována a aproximována. Poté bylo využito zkušeností z předešlých příkladů a sestaveno omezení pro zesílení P regulátoru zajišťující stabilní regulační pochod a také vymezení oblasti stability (podle Michajlovova) parametrů PI regulátoru. Z určených oblastí byly vybrány parametry regulátorů, které mají zajišťovat stabilitu. Průběhy regulačních pochodů s regulátory s vybranými parametry byly potvrzeny i reálnou regulací. Při postupu byly provedeny úpravy (Taylorův rozvoj, aproximace,...), které způsobují nepřesnosti výsledků.

## 7 Seznam použité literatury

BHATTACHARYYA, S. P., CHAPPELLAT, H., KEEL, L. H. *Robust Control: The Parametric Approach*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1995. 648 str. ISBN 0-13-781576-X.

MATUŠŮ, R. 2008. *Robust Control of Systems with Parametric Uncertainty: An Algebraic Approach*. Doctoral Thesis, FAI UTB ve Zlíně, 2008, 170 str.

Ming, T. Tham 2002. *Model Uncertainties*. University of Newcastle upon Tyne. 6s

PATRE, B. M., DEORE, P. J. 2007. *Robust stability and performance for interval process plants*. ISA Transactions, 46, 2007. p. 343 - 349

VESELÝ, V., HARSÁNYI, V. 2007. *Robustné riadenie dynamických systémov*. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2007. 125s.

VÍTEČKOVÁ, M., VÍTEČEK, A. 2006. *Základy automatické regulace*. 1. vyd. Ostrava: katedra automatizační techniky a řízení, VŠB – TU Ostrava, 2006. 200s. ISBN 80-248-1068-9

ZÁVACKÁ, J., BAKOŠOVÁ, M., VANEKOVÁ, K. 2007. *Control of systems with parametric uncertainties using a robust PI controller*. AT&P journal PLUS 2, 2007. p. 84 – 87.

ZÁVACKÁ, J., BAKOŠOVÁ, M., VANEKOVÁ, K. 2008. *Robust PI, PID controllers for control for systems with parametric uncertainty*. 8. International Scientific, Kouty nad Desnou, 2008. p. 10.