XXXII. Seminar ASR '2007 "Instruments and Control", Farana, Smutný, Kočí & Babiuch (eds)
© 2007, VŠB-TUO, Ostrava, ISBN 978-80-248-1272-4

Neural Network Using Orthogonal Activation Function
Využití ortogonální aktivační funkce v neuronové síti

ŠKUTOVÁ, Jolana

Ing., VŠB TU Ostrava, jolana.skutova@vsb.cz,

Abstrakt: *V oblasti modelování nebo řízení neuronových sítí se často využívá neuronová síť se zpětným šířením, tzv. perceptronová neuronová síť, která se potýká s problémy lokálního minima, nízkou rychlostí konvergence, volbou počátečních parametrů vah a počtem neuronů. V tomto příspěvku je prezentována ortogonální neuronová síť s jednou skrytou vrstvou, která využívá ortogonální aktivační funkce. Tato neuronová síť umožňuje odstranit výše uvedené problémy.*

Klíčová slova: *modelování, neuronová síť, ortogonální funkce, řízení systému, trénování*

1 Úvod

Neuronové sítě v oblasti modelování funkcí, modelování reálných systémů, řízení a optimalizace systémů, robotice jsou v současné době běžně využívány. Nejčastěji aplikovanými neuronovými sítěmi jsou zde dopředné vícevrstvé sítě, konkrétně podle typu použité aktivační funkce perceptronové a radiální sítě. Při jejich aplikaci se vyskytují problematické místa s rychlostí konvergence tréninkového algoritmu, dosažení globálního minima algoritmu poklesu gradientu, volba počátečních hodnot parametrů neuronové sítě apod. V řadě publikací se řeší právě různé metodiky pro odstranění těchto problémů a jedním z radikálních přístupů je volba nové struktury neuronové sítě, která dokáže tyto problematická místa odstranit. Tento příspěvek popisuje jiný typ neuronové sítě s netradičním vnitřním uspořádáním vazeb mezi neurony a ortogonálním typem aktivační funkce. V závěru jsou předloženy výsledky simulačního modelování ortogonální neuronové sítě pro zvolenou nelineární funkci.

2 Struktura ortogonální neuronové sítě

ONN (orthogonal neural network) je dopředná neuronová síť s několika vstupy a jedním výstupem (MISO – multiple input singe output), která využívá ve vnitřní skryté vrstvě ortogonální aktivační funkce ve skrytých neuronech (obrázek 1). Vstupy neuronové sítě se rozvětvují do bloku ortogonálních neuronů pro daný vstup. Počet neuronů pro každý vstup je libovolný a prvnímu neuronu odpovídá první řád ortogonální funkce a m-tému neuronu odpovídá m-tý řád ortogonální funkce. Počet ortogonálních neuronů je dán vztahem:

$$N_{ortg} = \sum_{i=1}^{m} N_i \,, \tag{1}$$

kde m je počet vstupů ONN a N_i je počet neuronů (maximální řád ortogonální funkce) pro každý vstup. Další vrstvu neuronové sítě tvoří uzly vytvořené kombinací součinů jednotlivých výstupů z ortogonálních neuronů a to je možné vyjádřit jako

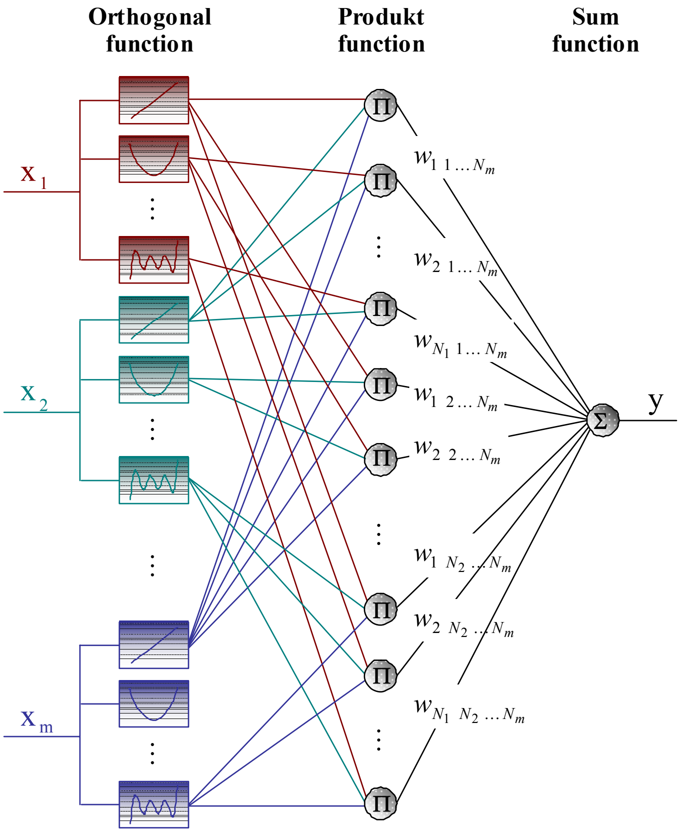
$$\phi_{n_1 \ldots n_m}(x) = \prod_{i=1}^{m} \phi_{n_i}(x_i), \tag{2}$$

kde $x = [x_1 \quad x_2 \quad \ldots \quad x_m]^T$ je m-rozměrný vstupní vektor, ϕ_{n_i} je výstup ortogonální funkce pro každý skrytý neuron. [LEONDES 1998]

Výstup ONN je dán součtem všech výstupních uzlů z předchozí vrstvy (2) a lze je matematicky vyjádřit takto:

$$\hat{y}(x,\hat{w}) = \sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{n_m=1}^{N_m} w_{n_1 \ldots n_m} \phi_{n_1 \ldots n_m}(x) = \Phi^T(x)\hat{w} . \tag{3}$$

kde $\Phi^T(x)$ je transformovaný vstupní vektor a $\hat{w}$ je transformovaný vektor vah neuronové sítě.



Obrázek 1 – Struktura ortogonální neuronové sítě (ONN)

Ortonormální aktivační funkce

Rychlost konvergence, která je pro perceptronové či radiální neuronové sítě, problematickým místem, je díky použití ortonormálních funkcí jako aktivačních funkcí v neuronové síti větší. Funkce ϕ_{n_i} jsou ortogonální na intervalu $[x_{min}, x_{max}]$ tehdy, pokud pro ně platí

$$\Phi^T \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \phi_i^{(N)}(x)\, \phi_j^{(N)}(x)\, dx = \delta_{ij} , \tag{4}$$

kde δ_{ij} je Kroneckerův symbol, pro který platí

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & pokud \quad i = j \\ 0 & pokud \quad i \neq j \end{cases} \tag{5}$$

Existuje řada ortonormálních polynomů, např. Hermitovy, Legendrovy, Laguerrovy, Chebysevovy a Fourierovy polynomy [WIKIPEDIA]. Zatím byly aplikovány Legendrovy a Fourierovy polynomy pro modelování dané nelineární funkce. ONN s využitím Fourierových polynomů jako ortogonálních aktivačních funkcí neuronové sítě neměly tak kvalitní výsledky, takže další experimenty byly realizovány pouze s Legendrovými polynomy.

3 Metoda trénování ONN

Pro nastavení vah ortogonální neuronové sítě se využívá algoritmus poklesu gradientu, který vychází z kvadratické chyby trénování neuronové sítě

$$E = \frac{1}{2}e^2 = \frac{1}{2}(y - \hat{y})^2, \tag{6}$$

kde e je chyba mezi y (aktuální výstup) a $\hat{y}$ (výstupem ONN). Algoritmus poklesu gradientu postupuje směrem záporného gradientu a adaptace parametrů vah neuronové sítě se provádí dle vztahu

$$\Delta\hat{w} = -\delta \frac{\partial E}{\partial \hat{w}}, \tag{7}$$

kde $\Delta\hat{w}$ je změna parametrů vah, δ je parametr rychlosti trénování, parametr $\hat{w}$ pak označuje stavové váhy před jejich adaptací a E se ohodnocující funkce. Tedy adaptace parametrů ONN probíhá podle algoritmu okamžitého poklesu gradientu

$$\hat{w}(t) = \hat{w}(t-1) + \delta e \overline{\Phi}(t), \tag{8}$$

kde $\overline{\Phi}(t)$ je transformovaný vstupní vektor obsahující ortogonální funkce. Parametr rychlosti trénování je z důvodu zajištění stability trénování ONN nutné zvolit dle vztahu

$$0 < \delta < \frac{2}{\overline{\Phi}^T \overline{\Phi}}. \tag{9}$$

Parametr rychlosti trénování je jedním z parametrů, které jsou součástí experimentu při získávání optimálního modelu neuronové sítě v závislosti na zvoleném modelovaném systému. [LEONDES 1998]

4 Modelování nelineární funkce

V tomto příspěvku jsou uvedeny výsledky s modelováním nelineární funkce. Výsledky jsou mezikrokem mezi další výzkumnou prací v oblasti modelování reálné soustavy, případně aplikací ortogonální sítě v procesu řízení. Prozatím byly úspěšně proveden návrh a odladění algoritmu pro realizaci a trénování ONN v programu Matlab/Simulink, optimalizace zdrojového kódu kvůli nezbytné rychlosti programového kódu. Ověření a experimenty s návrhem konkrétní struktury byly provedeny tedy na modelování zvolené nelineární funkce, která je dána vztahem:

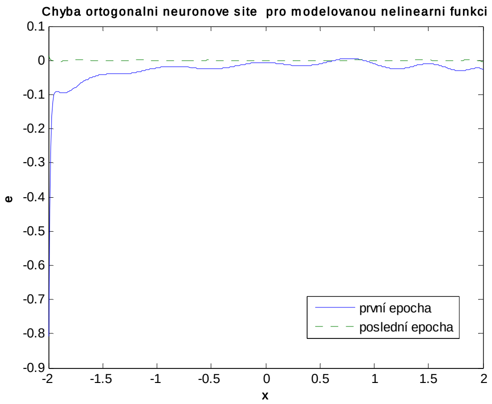
$$y(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1. \tag{10}$$

Struktura neuronové sítě byla tvořena jedním vstupem a jedním výstupem nelineární funkce, ve skryté vrstvě bylo 20 neuronů s ortogonální funkcí typu Legendrova aktivační funkce 1. řádu až 20. řádu. Pracovní oblast vstupního signálu odpovídá intervalu hodnot [-2,5; 2.,5]. Trénování ONN probíhalo v epochách (epocha odpovídá jednomu cyklu tréninkového algoritmu pro celou tréninkovou množinou dat). Maximální počet epoch pro kvalitní výsledky adaptace parametrů ONN byl zvolen 100. Parametr rychlosti konvergence byl otázkou experimentů a pro tyto grafy simulací nelineární funkce byl nastaven na hodnotu čtvrtiny maximální hodnoty parametru viz. (9).

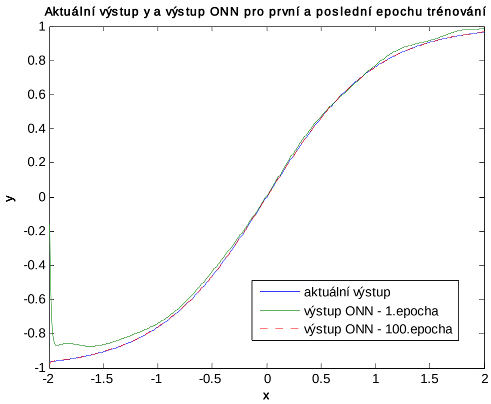
Počáteční hodnoty vah jsou dány náhodně v rozsahu intervalu hodnot [-1;1]. Při několikanásobném spuštění algoritmu trénování s různými inicializačními hodnotami parametrů vah neuronové sítě bylo prokázáno dosažení globálního minima. Konečné hodnoty vah ONN se ustálily s velmi malými chybami o několik řádů nižších než výstupní hodnoty na stejném minimu.

V případě, že váhy se v posledním cyklu trénování neuronové sítě ustálí na konstantní hodnotě po dobu jednoho cyklu (epochy), pak je možné výsledné parametry vah neuronové sítě použít pro off-line aplikaci neuronové sítě. V případě, že hodnoty parametrů vah pro poslední epochu nepředstavují přímku rovnoběžnou osou x, ale kolísají, pak může být modelovaná funkce zatížena nepřijatelnou chybou pro další využití, nebo je možné aplikovat on-line tréninkový algoritmus neuronové sítě, ale zde zase není zajištěna globální robustnost a stabilita.

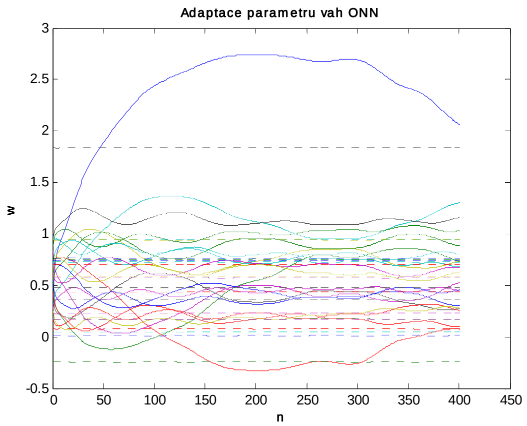
V programu Simulink byly vytvořeny a realizovány jednotlivé řády Legendrova polynomu. Obtížnou částí realizace bylo, za přispění minimálního počtu bloků, sestavení celé neuronové sítě, zejména kombinační části s bloky Product.



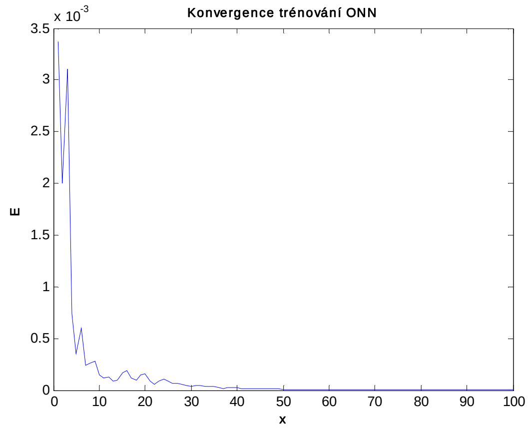
Obrázek 2 – Chyba ONN
pro danou nelineární funkci



Obrázek 3 – Aktuální výstup a
výstup ONN pro danou nelineární funkci



Obrázek 4 – Hodnoty parametrů vah ONN
pro první (plná čára) epochu a
poslední (tečkovaná čára) epochu trénování



Obrázek 5 – Konvergence ortogonální
neuronové sítě při trénování

5 Závěr

Ortogonální neuronové sítě odstraňují některé zásadní problematické místa aplikace perceptronových neuronových sítí, jako je rychlost konvergence algoritmu trénování, dosažení globálního minima při trénování neuronové sítě. Na rozdíl od perceptronových sítí však vyžaduje jiný typ tréninkové množiny dat pro získání robustního modelu neuronové sítě.

V současnosti probíhají testy a experimenty s volbou počtu a typu vstupů, typem tréninkové množiny dat a počtem ortogonálních neuronů (řádu Legendrova polynomu) pro konkrétní reálný tlakovzdušný systém. V dostupných publikacích z oblasti aplikací neuronových sítí existuje také řada schémat pro řízení systému s využitím neuronových sítí, a proto je ve stavu výzkumu a testování návrh vhodné struktury za účelem získání kvalitního řízení.

Příspěvek byl vytvořen ve spolupráci a za podpory grantu GAČR No 101/06/0491.

6 Použitá literatura

GUO, B. & YU, J. 2006. *Model Adaptive Control Based on a Compound Orthogonal Neural Network*. International Journal of Information Technology, vol. 12, no. 5, 99-107

LEONDES, C. T. 1998. *Control and Dynamic Systems*. Academic Press. 438 pg. ISBN 0124438679.

SOLOWAY, D. & HALEY, P. J. 1997. *Neural Generalized Predictive Control. A Newton-Raphson Implementation. Proceedings of the IEEE CCA/ISIC/CACSD, IEEE Paper No. ISIAC-TA5.2, Sept. 15-18.*

WIKIPEDIA. The Free Encyclopedia. [online].poslední aktualizace 12. 4. 2007. Dostupný z www: <URL: http://en.wikipedia.org/

YANG, S. S. & TSENG, C. S. 1996. *An Orthogonal Neural Network for Function Approximation.* IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 26, no. 5, pp. 779-785.